UNIFACS - Cursos de Engenharia
Disciplina: **Cálculo Integral**
Ano: 2013

1ª Lista de Exercícios – 2013.1

1. Use o conceito de primitiva (antiderivada) para verificar se as seguintes integrais estão corretas.

(a) $\int tg(x)\,dx = -\ln(\cos(x)) + C = \ln(\sec(x)) + C$

(b) $\int \cos(7x)\,dx = sen(7x) + c$

(c) $\int e^{kx}dx = \dfrac{e^{kx}}{k} + c$

(d) $\int x^2 e^{x^3}dx = \dfrac{1}{3}e^{x^3} + c$

(e) $\int \dfrac{2x}{x^2+1}dx = \ln(x^2+1) + c$

(f) $\int \dfrac{3}{1+3x^2}dx = arctg(3x) + C$

(g) $\int \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx = e^{\sqrt{x}} + c$

(h) $\int \dfrac{sen(3t)}{1+\cos(3t)}dx = -\dfrac{1}{3}\ln|1+\cos(3t)| + C$

2. Use o conceito de primitiva (antiderivada) para verificar que as integrais abaixo estão corretas.

a) $\int \sqrt{x}\,dx = \dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$

b) $\int \ln(x)dx = x\ln(x) - x + C$

c) $\int \dfrac{1}{4+x^2}dx = \dfrac{1}{2}arctg\,(\dfrac{x}{2}) + C$

d) $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C$

e) $\int \sec x\,dx = \ln(\sec x + tg\,x) + C$

f) $\int arctg(x)\,dx = arctg(x) - \dfrac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$

3. Determine:

a) Uma função f(x) tal que $f'(x) + 6\,sen(3x) = 0$ e $f(0) = 5$

b) A primitiva F(x) da função $f(x) = \dfrac{(2x^2-1)^2}{x^3}$ que passa pelo ponto P=(1, 3/2)

c) A imagem $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, sabendo-se que $\int f(x)dx = sen\,x - x.\cos x - \dfrac{1}{2}x^2 + C$

4. Calcule as seguintes integrais imediatas:

a) $\int \dfrac{x^3+2x-1}{x^2}dx$

b) $\int [x\sqrt{x} + 6\sec^2(x) - \dfrac{2x}{3}]\,dx$

c) $\int [sen(3x) + 3e^{2x} - \dfrac{2}{1+x^2}]\,dx$

d) $\int \dfrac{x^2-1}{x}dx$

e) $\int e^{-3x}dx$

f) $\int \dfrac{dx}{\cos^2(7x)}$

g) $\int tg^2x\,dx$

h) $\int \dfrac{x}{x+2}dx$

i) $\int \dfrac{3x}{x-1}dx$

5. a) Verifique diretamente (derivando) que:

i) $\int \frac{1}{x+5}\,dx = \ln(x+5)+C$ ii) $\int \frac{1}{2x+3}\,dx = \frac{1}{2}\ln(2x+3)+C$ iii) $\int \frac{1}{-x+4}\,dx = -\ln(-x+4)+C$

b) Baseado no item anterior, dê o valor das integrais:

iii) $\int \frac{1}{-2x+3}\,dx$ iv) $\int \frac{1}{3x+1}\,dx$ v) $\int \frac{1}{ax+b}\,dx$

6. Uma partícula move-se ao longo de um eixo s. Use a informação dada para encontrar a função-posição da partícula.

a) $v(t) = t^3 - 2t^2 + 1$ e $s(0) = 1$

b) $a(t) = 4\cos(2t);\ \ v(0) = -1;\ s(0) = -3$

Integração por substituição de variáveis:

Resolva as seguintes integrais usando o método de substituição de variáveis:

1) $\int 2^{5x}dx$ 2) $\int sen(ax)\,dx\ \ (a \neq 0)$ 3) $\int \frac{dx}{sen^2(3x-1)}$ 4) $\int \cos(5x)\,dx$

5) $\int \frac{dx}{3x-7}$ 6) $\int tg(2x)\,dx$ 7) $\int sen^2x\,\cos x\,dx$ 8) $\int \sqrt{x^2+1}\;x\,dx$

9) $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{2x^2+3}}$ 10) $\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{tgx-1}}$ 11) $\int \frac{\ln(x+1)}{x+1}dx$ 12) $\int \frac{\cos x\,dx}{\sqrt{2sen\,x+1}}$

13) $\int \frac{arctg^2x\,dx}{1+x^2}$ 14) $\int \frac{dx}{x\ln x}$ 15) $\int 3^{x^2+4x+3}(x+2)\,dx$ 16) $\int \frac{dx}{1+2x^2}$

17) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-9x^2}}$ 18) $\int \frac{(2x+10)}{(x+2)^2+9}dx$ 19) $\int \cos(\ln x)\frac{dx}{x}$ 20) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$

21) $\int \frac{\ln^3(x)}{x}dx$ 22) $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

Integrais por Partes:

Resolva as integrais abaixo.

1) $\int \ln x\,dx$ 2) $\int xe^x dx$ 3) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$ 4) $\int x\sec^2 x\,dx$

5) $\int (x^2+2x)e^x dx$ 6) $\int x\cos^2 x\,dx$ 7) $\int e^x sen x\,dx$ 8) $\int (3x^5(1+e^{x^3})dx$

Use que $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

(Escreva $x^5 = x^3.x^2$)

9) $\int x^2\ln x\,dx$ 10) $\int arctg x\,dx$ 11) $\int \sec^3 x\,dx$ 12) $\int \frac{x^2}{(1+x^2)^2}dx$; $\left(u=x; dv=\frac{xdx}{(1+x^2)^2}\right)$

13) $\int arctg 3x\,dx$ 14) $\int (x^2+1)sen x\,dx$ 15) $\int 3x^8\cos x^3 dx$ 16) $\int (16x^3+4x+1)\ln x\,dx$

Respostas:

1) Estão errados (b), (f) e (g)

2) Derive o 2º membro para achar o integrando.

3)

(a) 2cos(3x)+3 (b) $2x^2+4\ln|x|-\dfrac{1}{2x^2}$ (c) $\dfrac{\pi(\sqrt{2}-2)}{8}$

4) a) $\dfrac{x^2}{2}+2\ln|x|+\dfrac{1}{x}+C$ b) $\dfrac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+6tg(x)-\dfrac{x^2}{3}+C$ c) $\dfrac{-\cos(3x)}{3}+\dfrac{3}{2}e^{2x}-2arctg(x)+C$

d) $\dfrac{x^2}{2}-\ln|x|+C$ e) $-\dfrac{e^{-3x}}{3}+C$ f) $\dfrac{tg(7x)}{7}+C$

g) $-x+tgx+C$; (lembre que $tg^2x=sec^2-1$) h) $x-2\ln|x+2|+C$ (use que x=(x+2)-2)

i) $3(x+2\ln|x-2|)+C$ (use que x=(x-1)+1)

5) a) Derive o 2º membro para achar o integrando b) Siga sua intuição

6) a) $\dfrac{1}{4}t^4-\dfrac{2}{3}t^3+t+1$ b) $-\cos(2t)-t-2$

Integração por substituição de variáveis:

1) $\dfrac{2^{5x}}{5\ln(2)}+C$ 2) $-\dfrac{\cos(ax)}{a}+C$ 3) $-\dfrac{\cot g(3x-1)}{3}+C$ 4) $\dfrac{sen(5x)}{5}+C$ 5) $\dfrac{1}{3}\ln|3x-7|+C$

6) $-\dfrac{1}{2}\ln|\cos(2x)|+C$ 7) $\dfrac{sen^3x}{3}+C$; 8) $\dfrac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3}+C$; 9) $\dfrac{1}{2}\sqrt{2x^2+3}+C$ 10) $2\sqrt{tgx-1}+C$

11) $\dfrac{\ln^2(x+1)}{2}+C$ 12) $\sqrt{2senx+1}+C$ 13) $\dfrac{arctg^3x}{3}+C$ 14) $\ln|\ln x|+C$ 15) $\dfrac{3^{x^2+4x+3}}{2\ln(3)}+C$

16) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}arctg(\sqrt{2}\,x)+C$ 17) $\dfrac{1}{3}arcsen\dfrac{3x}{4}+C$; 18) $\ln\left((x+2)^2+9\right)+2arctg\left(\dfrac{x+2}{3}\right)+C$ 19) $sen(\ln|x|)+C$;

20) $2\ln(\sqrt{x}+1)+C$; 21) $\dfrac{(\ln x)^4}{4}+C$; 22) $arctg\,e^x+C$

Integrais por Partes:

1) $x(\ln|x|-1)+C$ 2) $e^x(x-1)+C$ 3) $\sqrt{x}(2\ln|x|-4)+C$ 4) $x\,tg\,x+\ln|\cos x|+C$ 5) x^2e^x+C

6) $\dfrac{1}{4}\left[x\,sen(2x)+\dfrac{1}{2}\cos(2x)+x^2\right]+C$ 7) $\dfrac{1}{2}e^x(senx-\cos x)+C$ 8) $\dfrac{x^6}{2}+e^{x^3}(x^3-1)+C$ 9) $\dfrac{x^3}{3}\left[\ln|x|-\dfrac{1}{3}\right]+C$

10) $x\,arctg\,x-\dfrac{1}{2}\ln|1+x^2|+C$ 11) $\dfrac{1}{2}[\sec x\,tgx+\ln|\sec x+tg\,x|]+C$ 12) $-\dfrac{1}{2}\dfrac{x}{(1+x^2)}+\dfrac{1}{2}arc\,tg\,x+C$

13) $x\,arctg(3x)-\dfrac{1}{6}\ln(9x^2+1)+C$ 14) $-(x^2-1)\cos(x)+2x\,sen(x)+C$

15) $x^6\,sen\,x^3+2x^3\cos x^3-2sen\,x^3+C$ 16) $\ln(x).(4x^4+2x^2+x)-(x^4+x^2+x)+C$