

Superfícies Quádricas (Resumo)

Seja a equação de 2º grau a três variáveis

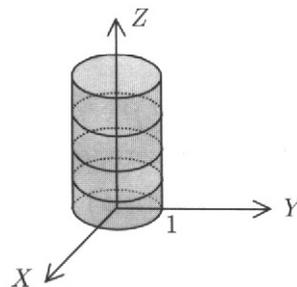
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + J = 0,$$

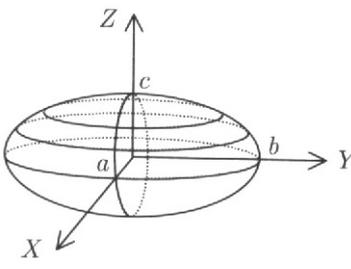
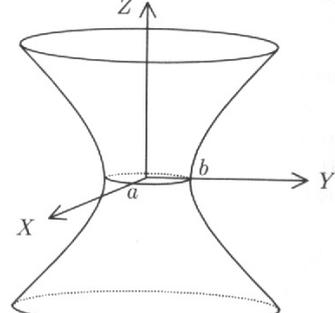
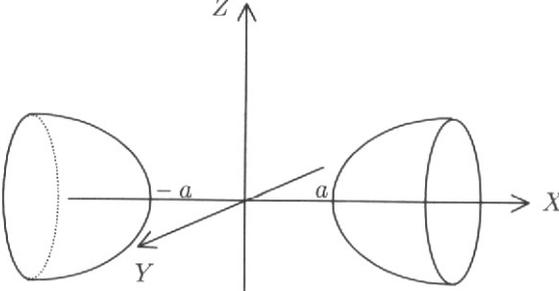
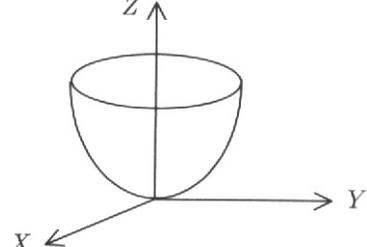
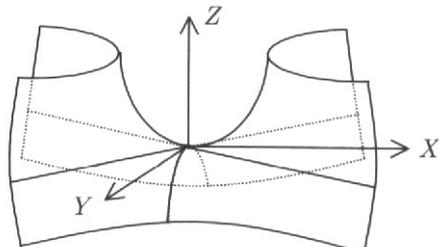
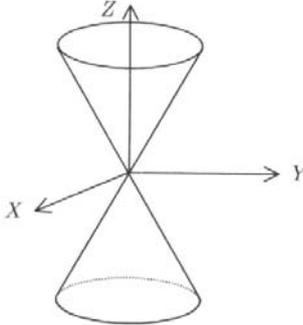
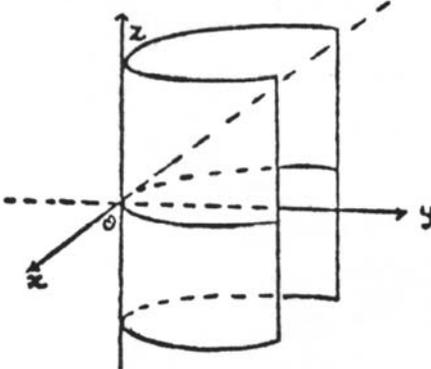
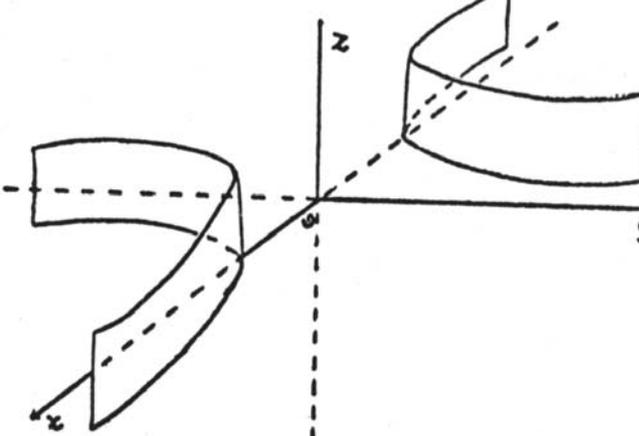
onde A, B, C, D, E, F, G, H, I e J são constantes reais tais que A, B, C, D, E, ou F é diferente de zero, e x, y, z são variáveis reais.

As superfícies quádricas (ou simplesmente quádricas) são superfícies dadas pelas equações de 2º grau a três variáveis acima, onde cada quádrica tem sua equação padrão dada pela tabela seguinte:

Superfície	Equação Padrão	
Esfera	$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$	
Elipsóide	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	
Hiperbolóide de uma folha	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$	
Hiperbolóide de duas folhas	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$	
Parabolóide elíptico	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \pm z$	
Parabolóide Hiperbólico	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z$	
Cone	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$	
Cilindro Reto	Base circular	Equação do círculo
	Base elíptica	Equação da elipse
	Base Parabólica	Equação da Parábola
	Base Hiperbólica	Equação da Hipérbole

Obs: A equação $x^2 + y^2 = 1$ em \mathbb{R}^2 , por exemplo, representa uma circunferência centrada na origem de raio unitário. Entretanto, esta mesma equação em \mathbb{R}^3 representa um cilindro circular reto de base na circunferência cuja equação em \mathbb{R}^2 é $x^2 + y^2 = 1$ (Ver figura abaixo). Desse modo, o cilindro cuja base é uma elipse será chamado de cilindro elíptico.



<p>Elipsóide: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$</p>	<p>Hiperbolóide de Uma Folha: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$</p>
	
<p>Hiperbolóide de Duas folhas: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$</p>	<p>Parabolóide Elíptico: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \pm z$</p>
	
<p>Parabolóide Hiperbólico: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z$</p>	<p>Cone: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$</p>
	
<p>Cilindro de Base Parabólica</p>	<p>Cilindro de Base Hiperbólica</p>
	

Exercícios:

1) Seja S uma superfície de equação $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 7y + 4z - 3 = 0$.

1.1) Verifique se cada ponto abaixo dado está sobre a superfície S.

O(0, 0, 0) P(1, 5, 2) Q(1, 1, 1) R(0, 2, 1)

1.2) Identifique a superfície S e faça um esboço da mesma.

2) Discutir e construir o elipsóide cuja equação é dada:

a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1$ b) $x^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{3} = 1$ c) $36x^2 + 9y^2 + 4z^2 = 36$ d) $4x^2 + y^2 + z^2 - 8x = 36$

3) Discutir e construir o hiperbolóide cuja equação é dada:

a) $x^2 + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ b) $x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ c) $x^2 + y^2 - 2z^2 = 4$ d) $x^2 - y^2 - 2z^2 = 4$

4) Discutir e construir o parabolóide cuja equação é dada:

a) $x^2 + 2y^2 = 4z$ b) $x^2 - y^2 = z$ c) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 18z + 13 = 0$ d) $x^2 - y^2 = 4z$

5) Identifique o conjunto dos pontos (x, y, z) que satisfazem a cada equação dada a seguir:

a) $25x^2 - 100y^2 - 4z^2 - 50x - 24z = 111$	b) $(x - 4)^2 + 4(y + 3)^2 - 16 = 0$
c) $x^2 + y$	