UNIFACS
UNIVERSIDADE SALVADOR
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

EETI – Escola de Engenharia e TI

Primeira Avaliação da Aprendizagem

Disciplina: Cálculo I	Curso: Engenharia Civil
Professor: Adriano Cattai	Semestre: ____________
Valor Total: $10,0$ (dez pontos)	Data: ____ / ____ / _______
Aluno(a): ____	Matrícula: _________________

Leia com Atenção as Seguintes Instruções e Observações

1. Após receber a avaliação se o aluno desistir de fazer a avaliação não terá direito à segunda chamada;
2. Assim que receber a folha de questões o aluno deve preencher o cabeçalho com seu nome completo. Também deve colocar seu nome completo na folha de papel pautado. Não é permitido utilizar outras folhas de papel além das fornecidas pelo professor, devidamente assinadas;
3. As soluções e respostas das questões devem ser feitas na folha de papel pautado. Não serão aceitas respostas na folha de questões. Rasuras nas questões de múltipla escolha anulam a questão;
4. A folha de questões deve ser devolvida com a folha de respostas;
5. A avaliação deve ser feita a caneta azul ou preta. Respostas a lápis ou ilegíveis não serão consideradas na correção;
6. Todas as questões discursivas serão corrigidas levando em conta: coerência das ideias, capacidade de argumentação, de análise e síntese;
7. A avaliação é sem consulta e individual. Consultas a material escrito (caderno, apontamentos, livros, papéis, etc.), equipamento eletrônico (PDA's, agendas, arquivos em calculadora, celulares, notebooks, etc.) e/ou a colegas não são permitidas. A interpretação faz parte da avaliação;
8. Os celulares e equipamentos diversos de telefonia móvel ou eletrônicos, com ou sem acesso a internet, devem permanecer desligados e guardados dentro de bolsas ou na mesa do professor;
9. Não é permitido utilizar estojos e colocar objetos no colo. As bolsas devem ser guardadas embaixo da carteira. O aluno deve ter em mãos apenas o material necessário (lápis, caneta, borracha, régua);
10. Caso o aluno seja flagrado portando qualquer aparelho eletrônico, ou descumprindo as regras estabelecidas, sua avaliação será recolhida e atribuída nota zero.

Mensagem:
"O saber a gente aprende com os mestres e os livros. A sabedoria, se aprende é com a vida e com os humildes." (Cora Coralina)

Sucesso e Boa Prova!

QUESTÕES

***Q.* 1** (2,0). Atividade realizada em 25/03/2014.

***Q.* 2** (0,7 + 0,7 + 0,7). Determine cada limite abaixo:

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \cos\left(\dfrac{2x^5-3x^2+x}{x^6+8x^2-3x}\right)$; (b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-3x^2+4}{x^3-12x+16}$; (c) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{6x+2}-2}{x^2-1}$.

(a) Inicialmente note que $\lim\limits_{x\to+\infty} \cos\left(\dfrac{2x^5-3x^2+x}{x^6+8x^2-3x}\right) = \cos\left(\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^5-3x^2+x}{x^6+8x^2-3x}\right)$. Em seguida, limite no infinito de função racional (quociente entre polinômios) pode ser solucionado evidenciando, em cada polinômio, o monômio de maior grau:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^5-3x^2+x}{x^6+8x^2-3x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^5\left(2-\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{1}{x^5}\right)}{x^6\left(1+\dfrac{8}{x^4}-\dfrac{3}{x^5}\right)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x}\cdot\frac{2-\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{1}{x^5}}{1+\dfrac{8}{x^4}-\dfrac{3}{x^5}} = 0^+\cdot\frac{1-0+0}{1+0-0} = 0^+\cdot 1 = 0^+.$$

Assim, $\lim\limits_{x\to+\infty} \cos\left(\dfrac{2x^5-3x^2+x}{x^6+8x^2-3x}\right) = \cos\left(0^+\right) = 1.$

(b) Veja que $\dfrac{2^3-3\cdot 2^2+4}{2^3-12\cdot 2+16} = \dfrac{0}{0}$, ou seja, o limite é indeterminado. Fatorando so polinômios, temos:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-3x^2+4}{x^3-12x+16} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x^2-x-2)}{(x-2)(x^2+2x-8)} = \underbrace{\lim_{x\to 2} \frac{x^2-x-2}{x^2+2x-8}}_{0/0 \text{ novamente}} = \lim_{x\to 2} \frac{x+1}{x+4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

(c) Como $\sqrt[3]{6+2}-2=0$ e $1^2-1=0$, vemos que o limite é indeterminado $0/0$. Trocando variáveis, $6x+2=y^3$ com $y\to 2$ e $x=\dfrac{y^3-2}{6}$, temos:

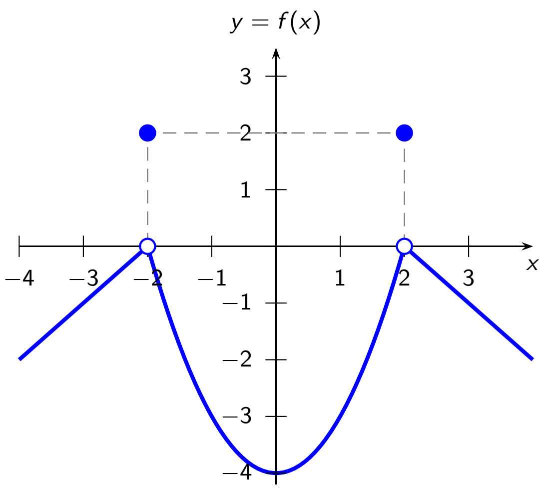
$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{6x+3}-2}{(x-1)(x+1)} &= \lim_{y\to 2} \frac{y-2}{\left(\dfrac{y^3-2}{6}-1\right)\left(\dfrac{y^3-2}{6}+1\right)} = \lim_{y\to 2} \frac{y-2}{\dfrac{y^3-8}{6}\cdot\dfrac{y^3+4}{6}} = \lim_{y\to 2} \frac{36(y-2)}{(y-2)(y^2+2y+4)(y^3+4)} \\
&= \lim_{y\to 2} \frac{36}{(y^2+2y+4)(y^3+4)} = \frac{63}{(4+4+4)(8+4)} = \frac{1}{4}.
\end{aligned}$$

***Q.* 3** (1,9). Sabendo que $f(x) = \begin{cases} x+2, & x<-2 \\ 2, & x\in\{-2,2\} \\ x^2-4, & -2<x<2 \\ -x+2. & x>2 \end{cases}$, esboce seu gráfico e estude sua continuidade.

A partir do gráfico de f, ao lado, afirmamos que f é descontínua apenas nos pontos $x=-2$ e $x=2$, pois:

- $\lim\limits_{x\to-2} f(x) = 0 \neq 2 = f(-2)$;
- $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 0 \neq 2 = f(2)$.

Nos demais pontos f é contínua, ou seja, f é contínua em $\mathbb{R}-\{\pm 2\}$.



***Q.* 4** (1,0 + 1,0)**.** (a) Por definição, determine $f'(3)$, em que $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$.

(b) Determine $f'(0)$, em que $f(x) = e^x \cdot \text{sen}(x) + \sqrt[3]{x^2} + \dfrac{2}{x^3} + 2x - \sqrt{11}$.

(a) Pela definição de derivada $f'(x_p) = \displaystyle\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_p + \Delta x) - f(x_p)}{\Delta x}$, temos:

$$f'(3) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{1}{3 + \Delta x + 1} - \dfrac{1}{4}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{4 - \Delta x - 4}{(\Delta x + 4) \cdot 4}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-\Delta x}{(\Delta x + 4) \cdot 4} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-1}{(\Delta x + 4) \cdot 4} = -\frac{1}{16}.$$

(b) Reescrvendo f, temos $f(x) = e^x \cdot \text{sen}(x) + x^{2/3} + 2x^{-3} + 2x + \sqrt{11}$. Derivando cada parcela, temos:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \underbrace{[e^x \cdot \text{sen}(x)]'}_{\textit{do produto}} + \underbrace{[x^{2/3}]'}_{\textit{da potencia}} + \underbrace{[2x^{-3}]'}_{\textit{da potencia}} + \underbrace{[2x]'}_{\textit{da potencia}} + \underbrace{[\sqrt{11}]'}_{\textit{da constante}} = e^x \cdot \text{sen}(x) + e^x \cdot \cos(x) + \frac{2}{3} \cdot x^{-1/3} + 6x^{-4} + 2 + 0 \\ &= e^x(\text{sen}(x) + \cos(x)) + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{6}{x^4} + 2. \end{aligned}$$

Vemos que $f'(0)$ não existe, pois $\dfrac{2}{3\sqrt[3]{0}} = \dfrac{2}{0}$ e $\dfrac{6}{0^4} = \dfrac{6}{0}$ não são finitos.

***Q.* 5** (1,0)**.** Avalie cada afirmativa que segue:

($\clubsuit$) Sempre que $h(x) = f(x)/g(x)$, então $h'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$;

($\heartsuit$) Se $f(x) = \sec(x)$, então $f'(x) = \left[\dfrac{1}{\cos(x)}\right]' = \dfrac{1}{-\text{sen}(x)}$;

($\maltese$) Sabendo que $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$, então a reta normal ao gráfico de f, no ponto em que $x = 1$, tem inclinação $1/2$.

É correto o que se afirma em:

(a) Apenas ($\maltese$); (b) Apenas ($\heartsuit$); (c) Apenas ($\clubsuit$); (d) Apenas ($\clubsuit$) e ($\heartsuit$).

($\clubsuit$) é falsa, pois $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$;

($\heartsuit$) é falsa, pois $f'(x) = \left[\dfrac{1}{\cos(x)}\right]' = \dfrac{[1]' \cdot \cos(x) - 1 \cdot [\cos(x)]'}{\cos^2(x)} =$ resto no caderno;

($\maltese$) é verdadeira, pois $[x^{-2}]' = -2x^{-3} = \dfrac{-2}{x^3}$, donde $a_t = f'(1) = -2$ e $a_n = -1/a_t = 1/2$.

Assim, é correto o que se afirma em (a).

***Q.* 6** (1,0)**.** Quando a derivada no ponto $f'(x_p) = \displaystyle\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{\Delta x + 9} - 3}{\Delta x}$, afirmamos:

(a) Que $x_p = 7$ e $f(x) = \sqrt{x+2}$;

(b) Que ela não existe, pois o limite é $\dfrac{0}{0}$;

(c) Que é igual 3;

(d) Que é igual a zero.

Note que, se $f(x) = \sqrt{x+2}$ e $x_p = 7$, temos:

$$\begin{aligned} f'(7) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{7 + \Delta x + 2} - \sqrt{7+2}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{\Delta x + 9} - 3}{\Delta x} \cdot \frac{\sqrt{\Delta x + 9} + 3}{\sqrt{\Delta x + 9} + 3} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x + 9 - 9}{\Delta x(\sqrt{\Delta x + 9} + 3)} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\sqrt{\Delta x + 9} + 3} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Assim, podemos ver qua a única opção é a letra (a).