UNIFACS
UNIVERSIDADE SALVADOR
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

EETI – Escola de Engenharia e TI

PRIMEIRA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

DISCIPLINA: Cálculo I	CURSO: Engenharia Civil
PROFESSOR: Adriano Cattai	SEMESTRE: ____________
VALOR TOTAL: $10,0$ (dez pontos)	DATA: ____ / ____ / _______
ALUNO(A): ____	MATRÍCULA: _________________

LEIA COM ATENÇÃO AS SEGUINTES INSTRUÇÕES E OBSERVAÇÕES

1. Após receber a avaliação se o aluno desistir de fazer a avaliação não terá direito à segunda chamada;
2. Assim que receber a folha de questões o aluno deve preencher o cabeçalho com seu nome completo. Também deve colocar seu nome completo na folha de papel pautado. Não é permitido utilizar outras folhas de papel além das fornecidas pelo professor, devidamente assinadas;
3. As soluções e respostas das questões devem ser feitas na folha de papel pautado. Não serão aceitas respostas na folha de questões. Rasuras nas questões de múltipla escolha anulam a questão;
4. A folha de questões deve ser devolvida com a folha de respostas;
5. A avaliação deve ser feita a caneta azul ou preta. Respostas a lápis ou ilegíveis não serão consideradas na correção;
6. Todas as questões discursivas serão corrigidas levando em conta: coerência das ideias, capacidade de argumentação, de análise e síntese;
7. A avaliação é sem consulta e individual. Consultas a material escrito (caderno, apontamentos, livros, papéis, etc.), equipamento eletrônico (PDA's, agendas, arquivos em calculadora, celulares, notebooks, etc.) e/ou a colegas não são permitidas. A interpretação faz parte da avaliação;
8. Os celulares e equipamentos diversos de telefonia móvel ou eletrônicos, com ou sem acesso a internet, devem permanecer desligados e guardados dentro de bolsas ou na mesa do professor;
9. Não é permitido utilizar estojos e colocar objetos no colo. As bolsas devem ser guardadas embaixo da carteira. O aluno deve ter em mãos apenas o material necessário (lápis, caneta, borracha, régua);
10. Caso o aluno seja flagrado portando qualquer aparelho eletrônico, ou descumprindo as regras estabelecidas, sua avaliação será recolhida e atribuída nota zero.

Mensagem:
"O saber a gente aprende com os mestres e os livros. A sabedoria, se aprende é com a vida e com os humildes." (Cora Coralina)

Sucesso e Boa Prova!

Questões

Q. 1 (2,0). Atividade realizada em 25/03/2014.

Q. 2 (0,7 + 0,7 + 0,7). Determine cada limite abaixo:

(a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$; (b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x^3+2x^2+5}{x^7-3x^3+2x}\right)$; (c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^3+3x^2-24x+28}$.

(a) Como $\sqrt{1+3}-2=0$ e $1-1=0$, vemos que o limite é indeterminado $0/0$. Multiplicando numerador e nominador por $\sqrt{x+3}+2$, temos:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}\cdot\frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+3}+2}=\lim_{x\to 1}\frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{x+3}+2}=\frac{1}{\sqrt{1+3}+2}=\frac{1}{4}.$$

(b) Inicialmente note que $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x^3+2x^2+5}{x^7-3x^3+2x}\right)=\ln\left(\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3+2x^2+5}{x^7-3x^3+2x}\right)$. Em seguida, limite no infinito de função racional (quociente entre polinômios) pode ser solucionado evidenciando, em cada polinômio, o monômio de maior grau:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+2x^2+5}{x^7-3x^3+2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3\left(1-\frac{2}{x}+\frac{5}{x^3}\right)}{x^7\left(1-\frac{3}{x^4}+\frac{2}{x^6}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^4}\cdot\frac{1-\frac{2}{x}+\frac{5}{x^3}}{1-\frac{3}{x^4}+\frac{2}{x^6}}=0^+\cdot\frac{1-0+0}{1+0+0-0}=0^+\cdot 1=0^+.$$

Assim, $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x^3+2x^2+5}{x^7-3x^3+2x}\right)=\ln\left(0^+\right)=-\infty$ (por que?).

(c) Veja que $\dfrac{2^3-3\cdot 2^2+4}{2^3+3\cdot 2^2-24\cdot 2+28}=\dfrac{0}{0}$, ou seja, o limite é indeterminado. Fatorando so polinômios, temos:

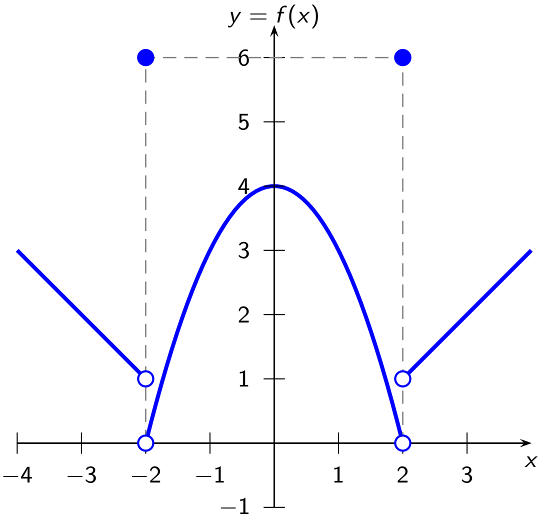
$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-3x^2+4}{x^3+3x^2-24x+28}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2-x-2)}{(x-2)(x^2+5x-14)}=\underbrace{\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2+5x-14}}_{0/0\ novamente}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+7)}=\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x+7}=\frac{1}{3}.$$

Q. 3 (1,9). Sabendo que $f(x)=\begin{cases}-1-x, & x<-2\\ 6, & x\in\{-2,2\}\\ 4-x^2, & -2<x<2\\ -1+x. & x>2\end{cases}$, esboce seu gráfico e estude sua continuidade.

A partir do gráfico de f, ao lado, afirmamos que f é descontínua apenas nos pontos $x=-2$ e $x=2$, pois:

- $\lim\limits_{x\to-2^-}f(x)=1\neq 0=\lim\limits_{x\to-2^+}f(x)\Rightarrow\nexists\lim\limits_{x\to-2}f(x)$;
- $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=0\neq 1=\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)\Rightarrow\nexists\lim\limits_{x\to 2}f(x)$.

Nos demais pontos f é contínua, ou seja, f é contínua em $\mathbb{R}-\{\pm 2\}$.



Q.* 4** (1,0 + 1,0).***

(a) Por definição, determine $f'(3)$, em que $f(x) = \sqrt{x+1}$.

(b) Determine $f'(1)$, em que $f(x) = x^2 \cdot e^x + \sqrt[3]{x} - \dfrac{2}{x^3} + \sqrt{7}$.

(a) Pela definição de derivada $f'(x_p) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_p + \Delta x) - f(x_p)}{\Delta x}$, temos:

$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{3+\Delta x + 1} - \sqrt{3+1}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{4+\Delta x} - 2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(\sqrt{4+\Delta x} - 2)(\sqrt{4+\Delta x}+2)}{\Delta x(\sqrt{4+\Delta x} - 2)} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4+\Delta x - 4}{\Delta x(\sqrt{4+\Delta x}+2)} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\sqrt{4+\Delta x}+2} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

(b) Reescrvendo f, temos $f(x) = x^2 \cdot e^x + x^{1/3} - 2x^{-3} + \sqrt{7}$. Derivando cada parcela, temos:

$$f'(x) = \underbrace{[x^2 \cdot e^x]'}_{do\ produto} + \underbrace{[x^{1/3}]'}_{da\ potencia} - \underbrace{[2x^{-3}]'}_{da\ potencia} + \underbrace{[\sqrt{7}]'}_{da\ constante} = 2x{\cdot}e^x + x^2{\cdot}e^x{\cdot}\underbrace{\ln(e)}_{=1} + \frac{1}{3}{\cdot}x^{-2/3} + 6x^{-4} + 0 = e^x(2x+x^2) + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{6}{x^4}.$$

Logo, $f'(1) = e^1(2\cdot 1 + 1^2) + \dfrac{1}{3\sqrt[3]{1^2}} + \dfrac{6}{1^4} = 3e + \dfrac{1}{3} + 6 = 3e + \dfrac{19}{3}$.

Q.* 5** (1,0).*** Avalie cada afirmativa que segue:

(♣) Sempre que $h(x) = f(x) \cdot g(x)$, então $h'(x) = f'(x) \cdot g'(x)$;

(♡) Se $f(x) = \text{cotg}(x)$, então $f'(x) = \left[\dfrac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}\right]' = \dfrac{-\text{sen}(x)}{\cos(x)}$;

(✠) Sabendo que $f(x) = \sqrt{x}$, então não existe $f'(0)$.

É correto o que se afirma em:

(a) Apenas (♣); (b) Apenas (♡); (c) Apenas (✠); (d) Apenas (♣) e (♡).

(♣) Falso, pois: $[f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g'$;
(♡) Falso, pois, $\left[\dfrac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}\right]' = \dfrac{[\cos(x)]' \cdot \text{sen}(x) - \cos(x) \cdot [\text{sen}(x)]'}{\text{sen}^2(x)} = \ldots$ (veja no seu caderno o restante);
(✠) Verdadeiro. Como $f(x) = \sqrt{x} = x^{1/2}$, temos $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. Assim $f'(0) = \dfrac{1}{2\sqrt{0}} = \dfrac{1}{0}$, que não é finito.
Do que vimos acima, a opção correta é a letra (c).

Q.* 6** (1,0).*** Quando a derivada no ponto $f'(x_p) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\dfrac{1}{\Delta x + 1} - 1}{\Delta x}$, afirmamos:

(a) Que $x_p = 2$ e $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$;

(b) Que ela não existe, pois o limite é $\dfrac{0}{0}$;

(c) Que é igual 2;

(d) Que é igual a zero.

Note que, se $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ e $x_p = 2$, temos:

$$f'(2) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{1}{2+\Delta x + 1} - \dfrac{1}{2-1}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{1}{\Delta x + 1} - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1 - \Delta x - 1}{\Delta x + 1} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-1}{\Delta x + 1} = -1.$$

Assim, podemos ver qua a única opção é a letra (a).