UNIFACS UNIVERSIDADE SALVADOR — LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®	**EETI – Escola de Engenharia e TI**

PRIMEIRA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

DISCIPLINA: Cálculo I	CURSO: Engenharia Civil
PROFESSOR: Adriano Cattai	SEMESTRE: 2014.1
VALOR TOTAL: $10,0$ (dez pontos)	DATA: ____ / ____ / _______
ALUNO(A): ____	MATRÍCULA: ________________

LEIA COM ATENÇÃO AS SEGUINTES INSTRUÇÕES E OBSERVAÇÕES

1. Após receber a avaliação se o aluno desistir de fazer a avaliação não terá direito à segunda chamada;
2. Assim que receber a folha de questões o aluno deve preencher o cabeçalho com seu nome completo. Também deve colocar seu nome completo na folha de papel pautado. Não é permitido utilizar outras folhas de papel além das fornecidas pelo professor, devidamente assinadas;
3. As soluções e respostas das questões devem ser feitas na folha de papel pautado. Não serão aceitas respostas na folha de questões. Rasuras nas questões de múltipla escolha anulam a questão;
4. A folha de questões deve ser devolvida com a folha de respostas;
5. A avaliação deve ser feita a caneta azul ou preta. Respostas a lápis ou ilegíveis não serão consideradas na correção;
6. Todas as questões discursivas serão corrigidas levando em conta: coerência das ideias, capacidade de argumentação, de análise e síntese;
7. A avaliação é sem consulta e individual. Consultas a material escrito (caderno, apontamentos, livros, papéis, etc.), equipamento eletrônico (PDA's, agendas, arquivos em calculadora, celulares, notebooks, etc.) e/ou a colegas não são permitidas. A interpretação faz parte da avaliação;
8. Os celulares e equipamentos diversos de telefonia móvel ou eletrônicos, com ou sem acesso a internet, devem permanecer desligados e guardados dentro de bolsas ou na mesa do professor;
9. Não é permitido utilizar estojos e colocar objetos no colo. As bolsas devem ser guardadas embaixo da carteira. O aluno deve ter em mãos apenas o material necessário (lápis, caneta, borracha, régua);
10. Caso o aluno seja flagrado portando qualquer aparelho eletrônico, ou descumprindo as regras estabelecidas, sua avaliação será recolhida e atribuída nota zero.

Mensagem:
"O saber a gente aprende com os mestres e os livros. A sabedoria, se aprende é com a vida e com os humildes." (Cora Coralina)

Sucesso e Boa Prova!

Questões

Q. 1 (2,0)**.** Atividade realizada em 28/03/2014.

Q. 2 (0,7 + 0,7 + 0,7)**.** Determine cada limite abaixo:

(a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[4]{6x+4}-2}{2-x}$; (b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{3x^4-2x^3+x}{6x^7+3x^5+2x-1}\right)$; (c) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$.

(a) Como $\sqrt[4]{6\cdot 2+4}-2=0$ e $2-2=0$, vemos que o limite é indeterminado $0/0$. Com a troca de variáveis $6x+4=y^4$, temos que $y\to 2$, sempre que $x\to 2$. Assim, temos:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[4]{6x+4}-2}{2-x} &= \lim_{y\to 2}\frac{\sqrt[4]{y^4}-2}{2-(y^4-4)/6} = \lim_{y\to 2}\frac{y-2}{(16-y^4)/6} = \lim_{y\to 2}\frac{6(y-2)}{(2-y)(8+4y+2y^2+y^3)}\\ &= \lim_{y\to 2}\frac{-6}{8+4y+2y^2+y^3} = \frac{-6}{8+8+8+8} = -\frac{3}{16}.\end{aligned}$$

(b) Inicialmente note que $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{3x^4-2x^3+x}{6x^7+3x^5+2x-1}\right) = \ln\left(\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^4-2x^3+x}{6x^7+3x^5+2x-1}\right)$. Em seguida, limite no infinito de função racional (quociente entre polinômios) pode ser solucionado evidenciando, em cada polinômio, o monômio de maior grau:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^4-2x^3+x}{6x^7+3x^5+2x-1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^4\left(3-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}\right)}{x^7\left(6+\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^6}-\frac{1}{x^7}\right)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^3}\cdot\frac{3-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}}{6+\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^6}-\frac{1}{x^7}} = 0^+\cdot\frac{3-0+0}{6+0+0-0} = 0^+\cdot\frac{1}{2} = 0^+.$$

Assim, $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{3x^4-2x^3+x}{6x^7+3x^5+2x-1}\right) = \ln\left(0^+\right) = -\infty$ (por que?).

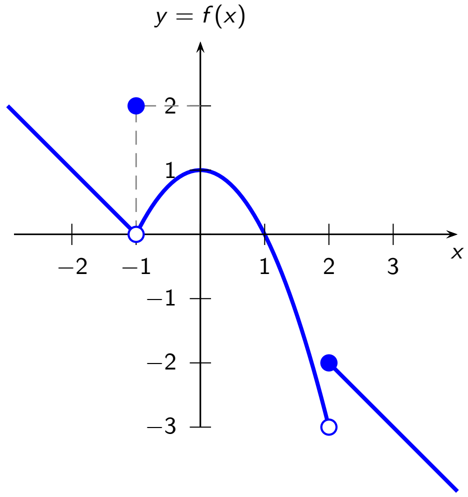
(c) Veja que $\dfrac{3^2-7\cdot 3+12}{3^2-6\cdot 3+9} = \dfrac{0}{0}$, ou seja, o limite é indeterminado. Fatorando so polinômios, temos:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9} = \lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x-3)} = \lim_{x\to 3}\frac{x-4}{x-3} = \frac{-1}{0}.$$

Analisando os limites laterais, temos:

$$\lim_{\substack{x\to 3^-\\(x<3)}}\frac{x-4}{x-3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad\text{e}\quad \lim_{\substack{x\to 3^+\\(x>3)}}\frac{x-4}{x-3} = \frac{-1}{0^+} = -\infty.$$

Q. 3 (1,9)**.** Esboce o gráfico e analise a continuidade de $f(x) = \begin{cases} -1-x, & x<-1\\ 2, & x=-1\\ 1-x^2, & -1<x<2\\ -x, & x\geq 2\end{cases}$.



A partir do gráfico de f, ao lado, afirmamos que f é descontínua apenas nos pontos $x=-1$ e $x=2$, pois:

- $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = 0 \neq 2 = f(-1)$;
- $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -3 \neq -2 = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

No entanto, como $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = f(2) = -2$, temos que f é contínua à direita em $x=2$.

Q.* 4** (1,0 + 1,0).***

(a) Pela definição, determine $f'(3)$, em que $f(x) = \dfrac{1}{x}$. Em seguida, use regra de derivação para comprovar seu resultado;

(b) Determine $g'(1)$, em que $g(x) = 5x^3 - \dfrac{\sqrt{2}}{x^3} + 8x^3 \cdot \sqrt{x} + 11$.

(a) Pela definição de derivada $f'(x_p) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_p + \Delta x) - f(x_p)}{\Delta x}$, temos:

$$f'(3) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{1}{3+\Delta x} - \dfrac{1}{3}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{3-(3+\Delta x)}{3(3+\Delta x)}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\dfrac{-\Delta x}{3(3+\Delta x)}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-\Delta x}{3(3+\Delta x)} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-1}{3(3+\Delta x)} = -\frac{1}{9}.$$

Como $f(x) = x^{-1}$, pela regra da derivada da potência, temos: $f'(x) = -1 \cdot x^{-1-1} = -\dfrac{1}{x^2}$. Logo, $f'(3) = -\dfrac{1}{3^2} = -\dfrac{1}{9}$.
(b) Reescrvendo g, temos:

$$g(x) = 5x^3 - \frac{\sqrt{2}}{x^3} + 8x^3 \cdot \sqrt{x} + 11 = 5x^3 - \sqrt{2} \cdot x^{-3} + 8x^{7/2} + 11.$$

Derivando cada parcela, obtemos:

$$g'(x) = 15x^2 + 3\sqrt{2} \cdot x^{-4} + \frac{7 \cdot 8}{2} x^{5/2} + 0 = 15x^2 + \frac{3\sqrt{2}}{x^4} + 28\sqrt{x^5}.$$

Portanto, $g'(1) = 15 \cdot 1^2 + \dfrac{3\sqrt{2}}{1^4} + 28\sqrt{1^5} = 43 + 3\sqrt{2}$.

Q.* 5** (1,0).*** Avalie cada afirmativa que segue:

($\clubsuit$) Sempre que $h(x) = f(x) \cdot g(x)$, então $h'(x) = f'(x) \cdot g'(x)$;

($\heartsuit$) Não existe $f'(0)$, em que $f(x) = \sqrt{x}$;

(✠) A inclinação da reta normal ao gráfico de $f(x) = x^3$, no ponto cuja ordenada é igual a 8, é $-1/12$.

É correto o que se afirma em:

(a) Apenas ($\clubsuit$); (b) Apenas ($\heartsuit$); (c) Apenas (✠); (d) Apenas ($\heartsuit$) e (✠).

($\clubsuit$) Falsa. Contra-exemplo: $[x^2]' = 2x \neq [x]' \cdot [x]' = 1 \cdot 1 = 1$.
($\heartsuit$) verdadeira. Visto que $f'(x) = [x^{1/2}]' = \dfrac{1}{2}x^{-1/2} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, temos $f'(0) = \dfrac{1}{0}$ que não é finito.
(✠) verdadeira. Como $f'(x) = 3x^2$ e, para $y = 8$ tem-se $x = 2$, temos que $a_t = f'(2) = 12$. Logo $a_n = -1/12$.
Deste julgamente, concluímos que a opção correta é letra (d).

Q.* 6** (1,0).*** Quanto à função $f(x) = \dfrac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 6x + 9}$, podemos afirmar que:

(a) A reta $x = 3$ é assíntota vertical de f;

(b) A reta $x = 4$ é assíntota vertical de f;

(c) A reta $y = 3$ é assíntota horizontal de f;

(d) A reta $x = 3$ é assíntota vertical de f e a reta $y = 4$ é assíntota horizontal de f.

Podemos afirmar apenas a letra (a). Veja o item (c) da questão 2 e comprove que os outros itens estão errados.

Só isso.

Obrigado!