UNIFACS
UNIVERSIDADE SALVADOR
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES®

EETI – Escola de Engenharia e TI

PRIMEIRA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

DISCIPLINA: Cálculo I	CURSO: Engenharia Civil
PROFESSOR: Adriano Cattai	SEMESTRE: 2014.1
VALOR TOTAL: $10,0$ (dez pontos)	DATA: ____ / ____ / _______
ALUNO(A): ____	MATRÍCULA: ________________

LEIA COM ATENÇÃO AS SEGUINTES INSTRUÇÕES E OBSERVAÇÕES

1. Após receber a avaliação se o aluno desistir de fazer a avaliação não terá direito à segunda chamada;
2. Assim que receber a folha de questões o aluno deve preencher o cabeçalho com seu nome completo. Também deve colocar seu nome completo na folha de papel pautado. Não é permitido utilizar outras folhas de papel além das fornecidas pelo professor, devidamente assinadas;
3. As soluções e respostas das questões devem ser feitas na folha de papel pautado. Não serão aceitas respostas na folha de questões. Rasuras nas questões de múltipla escolha anulam a questão;
4. A folha de questões deve ser devolvida com a folha de respostas;
5. A avaliação deve ser feita a caneta azul ou preta. Respostas a lápis ou ilegíveis não serão consideradas na correção;
6. Todas as questões discursivas serão corrigidas levando em conta: coerência das ideias, capacidade de argumentação, de análise e síntese;
7. A avaliação é sem consulta e individual. Consultas a material escrito (caderno, apontamentos, livros, papéis, etc.), equipamento eletrônico (PDA's, agendas, arquivos em calculadora, celulares, notebooks, etc.) e/ou a colegas não são permitidas. A interpretação faz parte da avaliação;
8. Os celulares e equipamentos diversos de telefonia móvel ou eletrônicos, com ou sem acesso a internet, devem permanecer desligados e guardados dentro de bolsas ou na mesa do professor;
9. Não é permitido utilizar estojos e colocar objetos no colo. As bolsas devem ser guardadas embaixo da carteira. O aluno deve ter em mãos apenas o material necessário (lápis, caneta, borracha, régua);
10. Caso o aluno seja flagrado portando qualquer aparelho eletrônico, ou descumprindo as regras estabelecidas, sua avaliação será recolhida e atribuída nota zero.

Mensagem:
"O saber a gente aprende com os mestres e os livros. A sabedoria, se aprende é com a vida e com os humildes." (Cora Coralina)

Sucesso e Boa Prova!

Questões

Q. 1 (2,0). Atividade realizada em 27/03/2014.

Q. 2 (0,7 + 0,7 + 0,7). Determine cada limite abaixo:

(a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x-6}{\sqrt[3]{2x+2}-2}$; (b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{3x^4-2x^2+3}{6x^4+3x^3+2x-1}$; (c) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+1}$.

(a) Perceba que o limite é indeterminado $0/0$. Da troca de variáveis $2x+2=y^3$, com $y\to 2$ e $2x=y^3-2$, temos:

$$\lim_{x\to 3}\frac{2x-6}{\sqrt[3]{2x+2}-2}=\lim_{y\to 2}\frac{y^3-2-6}{\sqrt[3]{y^3}-2}=\lim_{y\to 2}\frac{y^3-8}{y-2}=\lim_{y\to 2} y^2+2y+4=12$$

(b) Por se tratar de limite no infinito de uma função racional (quociente entre polinômios), temos:

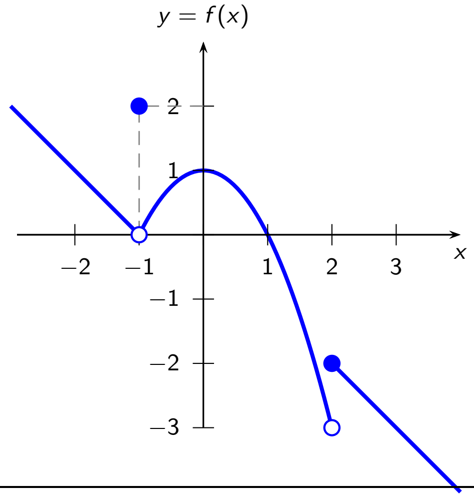
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^4-2x^2+3}{6x^4+3x^3+2x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^4\left(3-\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^4}\right)}{x^4\left(6+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x^4}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3-\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^4}}{6+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x^4}}=\frac{3-0+0}{6+0+0-0}=\frac{1}{2}.$$

(c) Por se tratar de um quociente entre polinômios e apresentar indeterminação $0/0$, fatorando os polinômios obtemos:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-2x+1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)^2}=\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x-1}=\frac{3}{0}.$$

Estudando o sinal do denominador, temos que $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{3}{0^-}=-\infty$ e $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{3}{0^+}=+\infty$. Assim, afirmamos que o limite não existe.

Q. 3 (1,9). Esboce o gráfico e analise a continuidade de $f(x)=\begin{cases} -1-x, & x<-1 \\ 2, & x=-1 \\ 1-x^2, & -1<x<2 \\ -x, & x\geq 2 \end{cases}$.



A partir do gráfico de f, ao lado, afirmamos que f é descontínua apenas nos pontos $x=-1$ e $x=2$, pois:

- $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=0\neq 2=f(-1)$;
- $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-3\neq -2=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

No entanto, como $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=f(2)=-2$, temos que f é contínua à direita em $x=2$.

Q. 4 (1,0 + 1,0).

(a) Pela definição, determine $f'(2)$, em que $f(x)=\sqrt{x}$;

(b) Determine $g'(x)$, em que $g(x)=6x^4+\dfrac{3}{x^2}-2x^2\cdot\sqrt{x}-\sqrt{5}$.

(a) Pela definição de derivada $f'(x_p) = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_p + \Delta x) - f(x_p)}{\Delta x}$, temos:

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{2+\Delta x} - \sqrt{2}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{2+\Delta x} - \sqrt{2}}{\Delta x} \cdot \frac{\sqrt{2+\Delta x} + \sqrt{2}}{\sqrt{2+\Delta x} + \sqrt{2}} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2 + \Delta x - 2}{\Delta x \cdot (\sqrt{2+\Delta x} + \sqrt{2})} \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\sqrt{2+\Delta x} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

(b) Reescrvendo g, temos $g(x) = 6x^4 + 3x^{-2} - 2x^{5/2} - \sqrt{5}$. Derivando cada parcela, obtemos:

$$g'(x) = 24x^3 - 6x^{-3} + \frac{2 \cdot 5}{2} x^{3/2} - 0 = 24x^3 - \frac{6}{x^3} + 5\sqrt{x^3}.$$

_Q._ 5 (1,0)**.** Avalie cada afirmativa que segue:

(♣) Sempre que $h(x) = f(x) \cdot g(x)$, então $h'(x) = f'(x) \cdot g'(x)$;

(♡) Não existe $f'(0)$, em que $f(x) = \sqrt{x}$;

(✠) A inclinação da reta normal ao gráfico de $f(x) = x^2$, no ponto cuja ordenada é igual a 9, é $-1/6$.

É correto o que se afirma em:

(a) Apenas (♣); (b) Apenas (♡); (c) Apenas (♡) e (✠); (d) (♣), (♡) e (✠).

(♣) Falsa. Contra-exemplo: $[x^2]' = 2x \neq [x]' \cdot [x]' = 1 \cdot 1 = 1$.

(♡) verdadeira. Visto que $f'(x) = [x^{1/2}]' = \dfrac{1}{2}x^{-1/2} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, temos $f'(0) = \dfrac{1}{0}$ que não é finito.

(✠) verdadeira. Como $f'(x) = 2x$ e, para $y = 9$ tem-se $x = 3$. Asso, $a_t = f'(3) = 6$ e $a_n = -1/6$.

Deste julgamente, concluímos que a opção correta é letra (c).

_Q._ 6 (1,0)**.** Quanto à derivada, podemos afirmar que:

(a) Ela sempre será um número;

(b) Ela representa a inclinação da reta tangente e da reta normal;

(c) Num ponto, caso exista, nos fornece a inclinação da reta tangente;

(d) Ela é uma taxa de variação média.

Devido à interpetração geométrica da derivada, a aopção correta é a (c). Quanto aos outros itens, temos:

(a) Falso, pois a derivada num determinado ponto pode não existir;

(b) Falso, conforme o item (c);

(d) Falso, pois a derivada é a instantânea, conforme sua definição.