**UNIVERSIDADE SALVADOR**

DISCIPLINA: Cálculo Diferencial (ECI001 – EC-MR02) SEMESTRE: 2012.2

PROFESSOR: *Adriano Cattai* DATA: 30/10/2012

NOME: ______________________________

## $2^a$ AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

INSTRUÇÕES:

1. *A interpretação faz parte da avaliação;*
2. *Não será permitida qualquer espécie de consulta, nem uso de equipamentos eletrônicos;*
3. *Seja organizado. Todas as questões devem possuir respostas justificadas;*
4. *Utilize caneta* ***preta*** *ou* ***azul****;*
5. *Solução ilegível ou à lápis será considerada como errada;*
6. *Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;*
7. *Todas figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;*
8. *Nesta folha, escreva apenas seu nome.*

"Não tentes ser bem sucedido, tenta antes ser um homem de valor." (Albert Einstein)

**Boa Prova!**

***Q. 1*** (1,6)***.*** Um fabricante quer construir caixas com tampa a partir de uma folha de papelão medindo $15cm \times 20cm$. Para construir a caixa, dois quadrados e dois retângulos são removidos dos cantos da folha de papelão. Indicando por $x$ a medida do lado dos quadrados a serem removidos, qual o tamanho do lado destes quadrados de modo que o volume da caixa seja o maior possível? Faça o esboço da caixa planificada indicando os cortes e suas dimensões.

Essa questão foi a pura diversão do vídeo show!

***Q. 2*** (1,3)***.*** Com o uso da definição de derivada, mostre que $[\sqrt{x}]' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Por definição, a derivada de uma função $f(x)$ é $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$. Pondo $\Delta x = h$, temos:

$$[\sqrt{x}]' = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

***Q. 3*** (3,6)***.*** Em cada item, determine, justificando, se a afirmação é verdadeira ou falsa. Quando falsa, você pode justificar exibindo um contra exemplo.

(a) A função $f(x) = \dfrac{5x}{x^2-4}$ é crescente;

(b) Se duas funções são diferentes, óbvio que suas derivadas serão diferentes;

(c) A reta normal ao gráfico da função $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, no ponto em que a ordenada é $1/2$, tem inclinação igual a 8;

(d) A função $f(x) = \dfrac{1}{x}$, possui uma única primitiva.

(a) Falso. Veja que $f'(x) = \dfrac{-(5x^2+20)}{(x^2-4)^2} < 0$, $\forall\, x \neq \pm 2$, visto que $5x^2+20 > 0$ e $(x^2-4)^2 > 0$;

(b) Falso. Veja que $f(x) = x^2+1$ e $g(x) = x^2+2$ são diferentes. No entanto, $f'(x) = g'(x) = 2x$;

(c) Falso. Primeiro, o ponto terá ordenada $y = 1/2$ se, e somente se, $x = 4$. Segundo, a derivada é $f'(x) = -\dfrac{1}{2\sqrt{x^3}}$ que, para $x = 4$, temos $f'(4) = -\dfrac{1}{16} = a_t$. Por último, como $a_t \cdot a_n = -1$, segue que $a_n = 16$;

(d) Falso. Veja que $g(x) = \ln(x) + 1$ e $h(x) = \ln(x) + 1$ são duas primitivas da função $f$, pois $g'(x) = \dfrac{1}{x} + 0 = h'(x)$.

**Q. 4** (2,0)**.** Derive cada função abaixo, simplificando ao máximo.

(a) $y = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$;

(b) $g(x) = x \cdot \ln(x) - x + \text{sen}^2(x)$.

(a) Veja a questão 56 da lista 2;

(b) $g'(x) = [x \cdot \ln(x)]' - [x]' + [\text{sen}^2(x)]' = 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \dfrac{1}{x} - 1 + 2 \cdot \text{sen}(x) \cdot \cos(x) = \ln(x) + \text{sen}(2x)$.

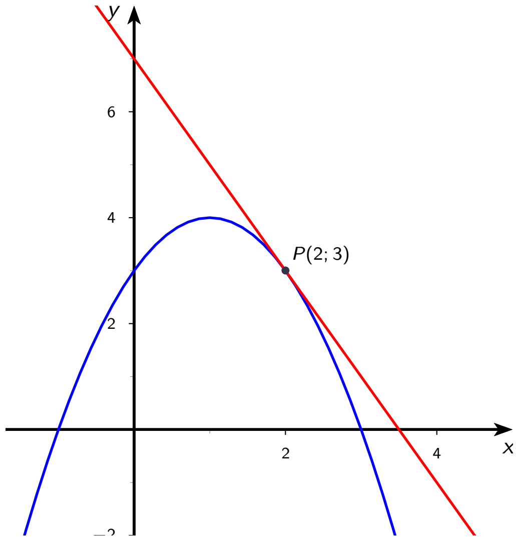
**Q. 5** (1,5)**.** Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = 3 + 2x - x^2$ no ponto de abscissa 2 e, num mesmo sistema de coordenadas, desenhe o gráfico de $f$ e da reta $t$.

Para $x_p = 2$, temos $y_p = f(2) = 3$ e $a_t = f'(2) = 2 - 2 \cdot 2 = -2$, visto que $f'(x) = 2 - 2x$.

A reta que contém o ponto $P(x_p, y_p)$ e inclinação $a_t$, pode ter equação dada por $y - y_p = a_t(x - x_p)$. Assim, temos

$$t : y - 3 = -2(x - 2) \Leftrightarrow y = 7 - 2x.$$

Note que a reta intersepta os eixos nos pontos $(0, 7)$ e $(7/2, 0)$.




*Só isso! Muito obrigado.*