UNIVERSIDADE SALVADOR

DISCIPLINA: Cálculo Diferencial (ECI001 – EC-NR06) SEMESTRE: 2012.1

PROFESSOR: *Adriano Cattai* DATA: 05/06/2012

NOME: ____

2^a AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

INSTRUÇÕES:

1. *A interpretação faz parte da avaliação;*
2. *Não será permitida qualquer espécie de consulta, nem uso de equipamentos eletrônicos;*
3. *Seja organizado. Justifique suas respostas;*
4. *Utilize caneta **preta** ou **azul**;*
5. *Solução ilegível ou à lápis será considerada como errada;*
6. *Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;*
7. *Todas figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;*
8. *Nesta folha, escreva apenas seu nome.*

"Assustar-se com as notícias produzidas pelo mundo é muito fácil, porém, entender o que está por trás dessas requer um esforço intelectual que nem todas as pessoas estão dispostas a empreender." (Emerson Natal)

Boa Prova!

Q.* 1** (3,0).*** Seja $y = f(x)$ uma função qualquer, a qual chamamos de primitiva e f' sua derivada. Escreva sobre o processo de derivação, dizendo como podemos obter a derivada de uma dada função e apresente as principais regras básicas de derivação. Exiba exemplos de funções, derivando-as tanto pela definição quanto pelas regras.

Cadê o livro?

Q.* 2** (0,6+2,4).*** Para a função $f(x) = \dfrac{2x^3}{x^2-4}$, determine:

(a) Os pontos em que a reta tangente t, ao gráfico de f, seja horizontal;
(b) As equaçõees das retas no item (a);
(c) Os intervalos de crescimento e os de decrescimento de f;
(d) A equação da reta normal ao gráfico de f no ponto em que $x = 1$.

Pela derivada do quociente, temos:

$$f'(x) = \frac{[2x^3]' \cdot (x^2-4) - 2x^3 \cdot [x^2-4]'}{(x^2-4)^2} = \frac{6x^2 \cdot (x^2-4) - 2x^3 \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2};$$

(a) A reta t será horizontal quando $f'(x) = 0$, ou seja, nos pontos em que $x = 0$ e $x = \pm\sqrt{12}$;
(b) Para $x = 0$, temos $y = 0$ e $t : y = 0$ (eixo-x); para $x = \sqrt{12}$, temos $y = 6\sqrt{2}$ e $t : y = 6\sqrt{2}$; para $x = -\sqrt{12}$, temos $y = -6\sqrt{2}$ e $t : y = -6\sqrt{2}$;
(c) A função f será crescente quando f' for positiva e, f será decrescente quando f' for negativa. O quadro abaixo apresenta o estudo de sinal da derivada f' e, consequentemente, também a monotonicidade de f.

	$-\sqrt{12}$	0	$\sqrt{12}$	
$2x^2$	$+$	$+$	$+$	$+$
x^2-12	$+$	$-$	$-$	$+$
$(x^2-4)^2$	$+$	$+$	$+$	$+$
f'	$+$	$-$	$-$	$+$
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$

$-\sqrt{12}$ 0 $\sqrt{12}$

- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow f$ é crescente $\Leftrightarrow x \in (-\infty, -\sqrt{12}) \cup (\sqrt{12}, +\infty)$
- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f$ é decrescente $\Leftrightarrow x \in (-\sqrt{12}, \sqrt{12})$

(d) Para $x = -1$, temos $f(-1) = \dfrac{2}{3}$ e $a_t = f'(-1) = -\dfrac{22}{9}$. Assim $a_n = \dfrac{9}{22}$ e, portanto, $n : y - \dfrac{2}{3} = \dfrac{9}{22}(x+1)$.

Q.* 3** (2,0).*** Em cada item, determine, justificando, se a afirmação é verdadeira ou falsa. Quando falsa, você pode justificar exibindo um contra exemplo.

(a) Uma função é suave se, e somente se, é contínua;

(b) Se $\cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ e $\operatorname{senh}(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ então $[\cosh(x)]' = \operatorname{senh}(x)$;

(c) Se $y'' = [y']'$ e $y = f \cdot g$, então $[f \cdot g]'' = f''g + 2f'g' + fg''$;

(d) A função $g(x) = \cos(x)$ possui uma única primitiva.

(a) Falso. Veja que a função $f(x) = |x|$ é contínua e não é suave em $x = 0$. Neste ponto as derivadas laterais são diferentes ($f'_-(0) = -1$ e $f'_+(0) = 1$) e o gráfico apresenta uma "quina";

(b) Verdadeiro. Como $[e^x]' = e^x$ e $[e^{-x}]' = -e^{-x}$, temos

$$[\cosh(x)]' = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]' = \frac{1}{2}\left[e^x + e^{-x}\right]' = \frac{1}{2}\left[e^x - e^{-x}\right] = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \operatorname{senh}(x);$$

(c) Verdadeiro. Como $[fg]' = f'g + fg'$, temos:

$$[fg]'' = [f'g + fg']' = [f'g]' + [fg']' = f''g + f'g' + f'g' + fg'' = f''g + 2f'g' + fg''.$$

(d) Falso. A função g admite, além da primitiva $y = \operatorname{sen}(x)$, uma família de primitivas da forma $f(x) = \operatorname{sen}(x) + K$, em que $K \in \mathbb{R}$, pois $f'(x) = [\operatorname{sen}(x) + K]' = \cos(x) + 0 = \cos(x)$.

Q.* 4** (3,0).*** Derive, simplificando ao máximo, cada função abaixo:

(a) $y = 2\operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \dfrac{\ln(2x^3 + 1)}{6}$ (b) $y = 3^{2x}x^3\cos(x)$ (c) $y = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1} + x\ln(x) - x$

(a) $y' = 2\sec^2(\sqrt{x}) \cdot [\sqrt{x}]' + \dfrac{1}{6(2x^3 + 1)} \cdot [2x^3 + 1]' = \dfrac{\sec^2(x)}{\sqrt{x}} + \dfrac{x^2}{2x^3 + 1}$;

(b) $y' = [3^{2x}x^3]'\cos(x) + 3^{2x}x^3[\cos(x)]' = \left([3^{2x}]'x^3 + 3^{2x}[x^3]'\right)\cos(x) - 3^{2x}x^3\operatorname{sen}(x) = \left(2\ln(3)3^{2x}x^3 + 3x^2 3^{2x}\right)\cos(x) - 3^{2x}x^3\operatorname{sen}(x) = 2\ln(3)3^{2x}x^3\cos(x) + 3x^2 3^{2x}\cos(x) - 3^{2x}x^3\operatorname{sen}(x)$;

(c) $y' = \dfrac{2x(x-1) - (x^2 + 1)}{(x-1)^2} + 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \dfrac{1}{x} - 1 = \dfrac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2} + \ln(x)$.

Só isso! Muito obrigado.