UNIFACS - Cursos de Engenharia
Disciplina: **Cálculo I**
Ano: 2013

4ª Lista de Exercícios – 2013

1) Resolva os problemas a seguir:

a) A equação do movimento de uma partícula é $s(t) = \sqrt[3]{t+2}$, s em metros, t em segundos. Determine:

a_1) o instante em que a velocidade é de 1/12 m/s.

a_2) a distância percorrida até esse instante.

a_3) a aceleração da partícula quando t = 2 seg.

b) Certo estudo ambiental em uma comunidade suburbana indicou que o nível médio diário de CO no ar será de $C(p) = \sqrt{0{,}5p^2 + 17}$ partes por milhão quando a população for de p milhares de habitantes. Calcula-se que daqui a t anos a população será de $p(t) = 3{,}1 + 0{,}1t^2$ milhares de habitantes. Qual será a taxa de variação em relação ao tempo do CO daqui a três anos?

c) Um garoto empina uma pipa que está a uma altura de 40m. Se a linha está esticada, com que velocidade deve o garoto soltar a linha para que a pipa permaneça a uma altura constante com velocidade de 3m/seg, quando a mesma está a 50m do garoto?

d) Um automóvel que viaja à razão de 30m/s , aproxima-se de um cruzamento. Quando o automóvel está a 120m do cruzamento, um caminhão que viaja à razão de 40m/s atravessa o cruzamento. O automóvel e o caminhão estão em rodovias que formam um ângulo reto uma com a outra. Com que velocidade afastam-se o automóvel e o caminhão 2s depois do caminhão passar pelo cruzamento?

e) Uma escada com 13m de comprimento está apoiada numa parede vertical e alta. Num determinado instante a extremidade inferior, que se encontra a 5m da parede, está escorregando, afastando-se da parede a uma velocidade de 2m/seg. Com que velocidade o topo da escada está deslizando neste momento?

f) Um lado de um retângulo está crescendo a uma taxa de 17cm/min e o outro lado está decrescendo a uma taxa de 5cm/min. Num certo instante, os comprimentos desses lados são 10cm e 7cm, respectivamente. A área do retângulo está crescendo ou decrescendo neste instante? A que velocidade?

2) Calcule os seguintes limites, usando L´Hospital:

(a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^3 - x - 1}{x^4 - 1}$

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(2x)}$

(c) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{x}\right)^{2x}$

(d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left[3x\left(1 - e^{1/x}\right)\right]$

(e) $\lim\limits_{x\to 1} \left[\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{1}{x-1}\right]$

(f) $\lim\limits_{x\to 0^+} (x.\ln x)$

(g) $\lim_{x\to 0^+} x^{(1/\ln x)}$ (h) $\lim_{x\to \pi/2} (\sec x - tgx)$ (i) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^x + \operatorname{sen} x - 1}{\ln(1+x)}$

(j) $\lim_{x\to -1} \dfrac{\sqrt[3]{1+2x}+1}{x+\sqrt{2+x}}$

3) Encontre os pontos de máximos e mínimos relativos das seguintes funções, se existirem.

(a) $f(x) = 5x^5 - 25x^3$ (b) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ (c) $y = x^2\sqrt{16-x}$

4) Determinar os valores máximos e mínimos das seguintes funções nos intervalos indicados:

(a) $f(x) = x^2 - 4$; $[-1,3]$ (b) $f(x) = x^3 - x^2$; $[0,5]$ (c) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$; $[-2,2]$

5) Determine as constantes nas funções abaixo, de modo que:

a) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenha pontos críticos em $x = -2$ e $x = 3$. Qual é o de máximo? E o de mínimo?

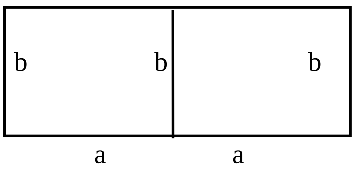
b) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenha um extremo em $x = 4$ e um ponto de inflexão em $x = 1$;

6) Resolva os seguintes problemas utilizando a teoria de Máximos e Mínimos:

a) Um estudo de eficiência do turno da manhã de uma montadora de automóveis indica que um operário médio, chegando ao trabalho às 8 horas, terá montado $Q(t) = -t^3 + 9t^2 + 15t$ unidades "t" horas depois. A que horas da manhã o operário trabalha com maior eficiência? Considere o intervalo $[0,4]$ para t, que corresponde das 8 às 12 da manhã. (Dica: A eficiência é dada pela "velocidade" $E(t) = Q'(t) = -3t^2 + 18t + 15$)

b) O Departamento de Trânsito de uma cidade depois de uma pesquisa constatou que, num dia normal da semana à tarde, entre 2 e 7 horas, a velocidade do tráfego é de aproximadamente $V(t) = 2t^3 - 27t^2 + 108t - 35$ quilômetros por hora, onde t é o número de horas transcorridas após o meio dia. A que horas no intervalo de 2 às 7 o tráfego flui mais rapidamente e a que horas flui mais lentamente?

c) Um fazendeiro deve construir dois currais lado a lado, com uma cerca comum. Se cada curral deve possuir uma área $300\ m^2$, qual o comprimento da menor cerca necessária?



d) Um tanque de base quadrada, sem tampa, deve conter $125 cm^3$. O custo, por centímetro quadrado, para a base é de R$8,00 e para os lados R$4,00. Encontre as dimensões do tanque para que o custo seja mínimo.

e) Usando uma folha de cartolina, de lado igual a 60cm, deseja-se construir uma caixa sem tampa, cortando seus cantos em quadrados iguais e dobrando convenientemente a parte restante. Determinar o lado dos quadrados que devem ser cortados de modo que o volume da caixa seja o maior possível.

7) Para cada função a seguir, determine (se possível): o domínio, as interseções com os eixos, as assíntotas, os intervalos de crescimento e de decrescimento, os máximos e mínimos, os pontos de inflexão, o esboço gráfico.

(a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2}$ (b) $f(x) = \dfrac{x}{(x+1)^2}$

Respostas

1) (a) 6 seg ; (a_2) ($2-\sqrt[3]{2}$)m ; (a_3) $-\dfrac{1}{36\sqrt[3]{2}}$ m / s ; (b) 0,24 partes por milhão ao ano (c) $\dfrac{9}{5}$ m / s (d) 14 m / s; (e) $\dfrac{5}{6}$ m / s , aproximando-se do solo ; (f) A área está crescendo a uma velocidade de 69 $\mathrm{cm}^2/\mathrm{min}$

2) (a) $\dfrac{5}{4}$; (b) $\dfrac{3}{2}$; (c) e^{-2}; (d) -3; (e) $\dfrac{1}{2}$; (f) 0; (g) e; (h) 0; (i) 2; (j) $\dfrac{4}{9}$

3) (a) x = $-\sqrt{3}$ é ponto de máximo e x = $\sqrt{3}$ é ponto de mínimo
(b) Não existem extremos (c) x = –1 de mínimo
(d) x = 0 é ponto de mínimo e x = 64/5 é ponto de máximo

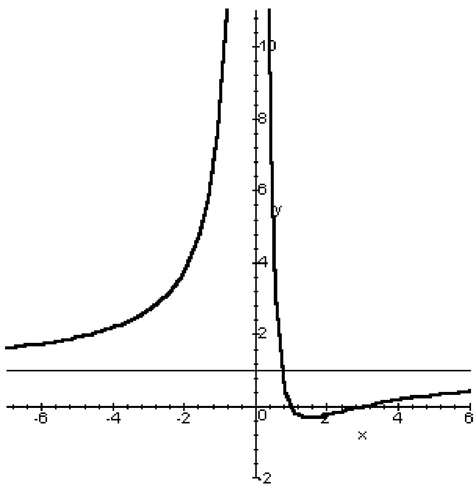
4) (a) f(0) = –4 é mínimo e f(3) = 5 é máximo
(b) f(2/3) = – 4/27 é mínimo e f(5) = 100 é máximo
(c) f(–1) = –1/2 é mínimo e f(1) = 1/2 é máximo

5) (a) a = -3/2, b= -18 e $c \in$ IR, x_{max} = -2, x_{min} = 3; (b) a = -3, b = -24, $c \in$ R.

6) (a) 11 horas;
(b) Mais rapidamente às 3 da tarde com velocidade de 100km/h e mais lentamente às 6 horas com velocidade de 73km/h
(c) 120 m; (d) base: 5 x5cm^2 e altura: 5cm. ; (e) 10

7)

(a) $D(f)=IR^*$; interseção com Ox: $P(1,0)$ e $Q(3,0)$; assíntotas: $x=0$ e $y=1$; interseção com a assíntota horizontal: $R(3/4,1)$; f é crescente em $(-\infty,0)$ e em $[3/2,+\infty)$ e f é decrescente em $(0,3/2]$; $x_{mín}=3/2$ e $y_{mín}=-1/3$, não tem máximo; concavidade para cima em $(-\infty,0) \cup (0,9/4)$ e concavidade para baixo em $(9/4,+\infty)$; ponto de inflexão $S(9/4, -5/27)$.



(b) $D(f)=IR-\{-1\}$; interseção com os eixos: $O(0,0)$; assíntotas: $x= -1$ e $y=0$; interseção com as assíntotas: $O(0,0)$; f é crescente em $(-1,1]$ e decrescente em $(-\infty,-1)$ e em $[1,+\infty)$; $x_{máx}=1$ e $y_{máx}=1/4$, não tem mínimo; concavidade para cima em $(2,+\infty)$ e concavidade para baixo em $(-\infty,-1) \cup (-1,2)$; ponto de inflexão: $P(2,2/9)$.