

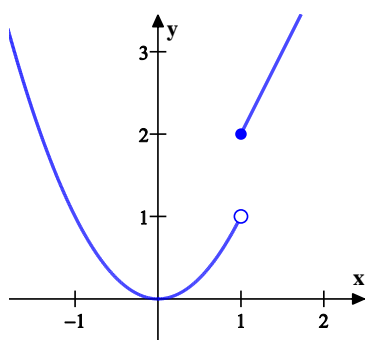


UNIFACS - Cursos de Engenharia
 Disciplina: Cálculo I
 Semestre: 2013.1

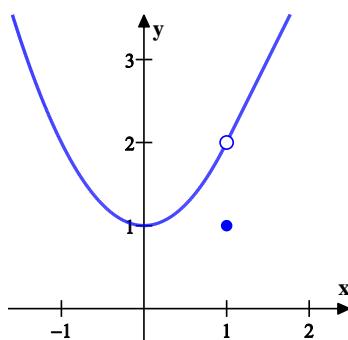
1ª Lista de Exercícios (visualização e cálculo de limites finitos)

As questões 1 e 2 exploram a visualização do limite e da continuidade de funções através dos gráficos.

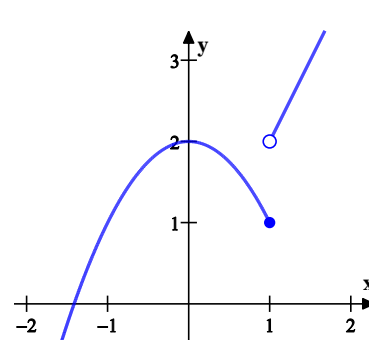
- 1) a) Dados os gráficos das funções f , g , h abaixo, determine:
 i) os limites laterais de f , g , h no ponto $x_0=1$ ii) Os valores $f(1)$, $g(1)$ e $h(1)$
 b) Com os dados obtidos acima, diga se essas funções f , g , h têm limite no ponto $x_0=1$.
 c) Essas funções são contínuas no ponto $x_0=1$? Justifique suas respostas.



Função $y=f(x)$



Função $y=g(x)$



Função $y=h(x)$

- 2) Dado o gráfico da função f abaixo, determine o que se pede, justificando suas respostas.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \\ f(-1) = \end{cases}$$

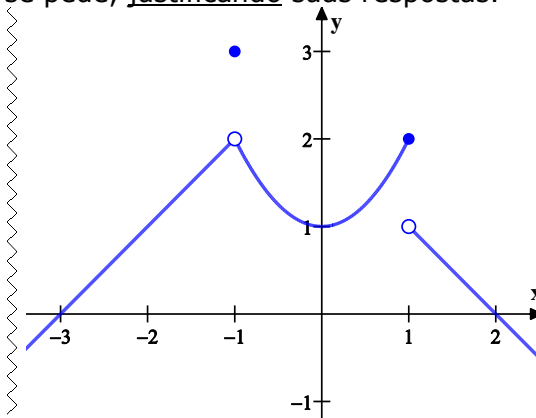
f tem limite em $x_0=-1$?

f é contínua nesse ponto?

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \\ f(1) = \end{cases}$$

f tem limite em $x_0=1$?

f é contínua nesse ponto?



As questões 3 e 4 são semelhantes às duas anteriores, só que agora os gráficos das funções não são dados. Temos que obter os gráficos das funções para depois fazer a visualização dos limites.

- 3) a) Esboce o gráfico das funções abaixo e calcule os limites laterais nos pontos onde estas funções mudam de sentenças:

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; \text{ se } x < 2 \\ 3 & ; \text{ se } x = 2 \\ -x + 5 & ; \text{ se } x > 2 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; \text{ se } x < 2 \\ 4 & ; \text{ se } x = 2 \\ -x + 5 & ; \text{ se } x > 2 \end{cases}$$

$$c) h(x) = \begin{cases} x + 2 & ; \text{ se } x < -1 \\ 2 & ; \text{ se } x = -1 \\ x^2 & ; \text{ se } -1 < x < 1 \\ -x + 2 & ; \text{ se } x \geq 1 \end{cases}$$

- b) Verifique se as funções f e g são contínuas no ponto $x_0=2$. Justifique suas respostas.
 c) Verifique se a função h é contínua nos pontos $x=-1$ e $x=1$. Justifique suas respostas.

4) Esboce o gráfico da função $f(x) = \begin{cases} 2 & ; \text{ se } x < -2 \\ x^2 & ; \text{ se } -2 \leq x < 0 \\ 2x & ; \text{ se } 0 \leq x < 1 \\ 1 & ; \text{ se } x = 1 \\ \frac{1}{x} + 1 & ; \text{ se } x > 1 \end{cases}$ e determine:

a) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$; $f(-2)$; b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $f(0)$;

c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $f(1)$ d) verifique se a função acima é contínua nos pontos estudados.

5) Esboce o gráfico das funções abaixo. Calcule os limites laterais em cada um dos casos, nos pontos onde estas funções mudam de sentenças.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; \text{ se } x \leq 1 \\ x+2 & ; \text{ se } x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & ; \text{ se } x < 0 \\ \sqrt{x} & ; \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} -x+1 & ; \text{ se } x < 1 \\ x^2-1 & ; \text{ se } x \geq 1 \text{ e } x \neq 2 \\ 1 & ; \text{ se } x = 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & ; \text{ se } x < -1 \\ -x+1 & ; \text{ se } -1 \leq x < 1 \\ 2 & ; \text{ se } x = 1 \\ \sqrt{x-1} & ; \text{ se } 1 < x \leq 5 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} 2^x & ; \text{ se } x < 1 \\ \frac{1}{x} & ; \text{ se } x \geq 1 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & ; \text{ se } x < 0 \\ 2 & ; \text{ se } x = 0 \\ \ln x & ; \text{ se } x > 0 \end{cases}$

6) Determine as constantes a e b de modo que a função $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{2x-4} & ; \text{ se } x < 2 \\ bx-4 & ; \text{ se } x = 2 \\ 3x+a & ; \text{ se } x > 2 \end{cases}$ seja contínua

no ponto $x=2$.

As questões 7, 8, 9 se referem ao cálculo de limites por métodos algébricos, sem uso de figuras.

7) Calcule os seguintes limites indeterminados: (método da fatoração)

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-8}{x^2-2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x^2+3x-18}$

8) Calcule os seguintes limites envolvendo raízes: (multiplicação e divisão pelo conjugado)

a) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5}-2}{x+1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{\sqrt{x+2}-2}$

9) Calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{x^3-1}$

c) $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2-4}{3t^2-4t-4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3-4x^2-x+2}{2x^3-3x^2+1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(4+x)^2-16}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-6x-9}{x^3-8x-3}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{8x^3 - 1}$

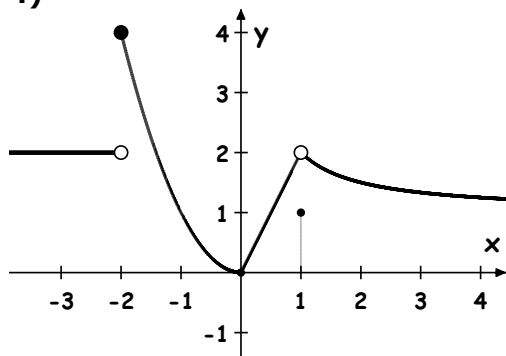
h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\frac{x^2 - 4}{3x^2 + 5x - 2}}$

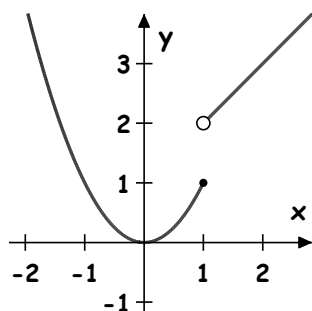
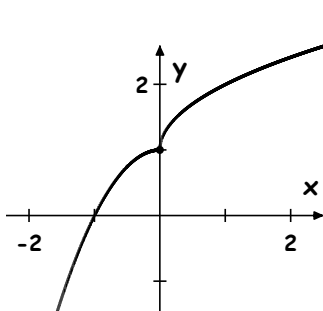
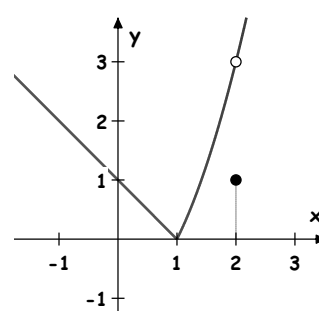
j) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2}$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$

l) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

Respostas:**4)**
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 2$ e $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 4 \Rightarrow$ o limite não existe nesse ponto

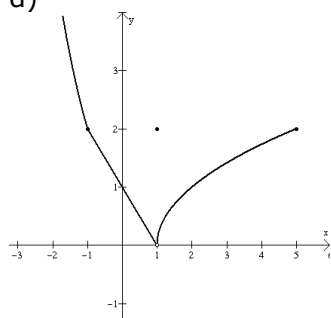
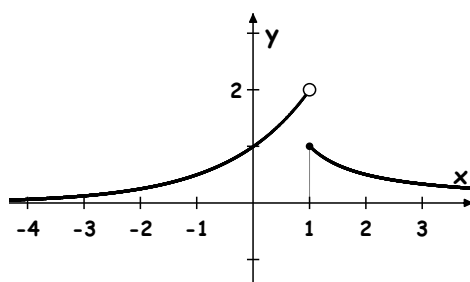
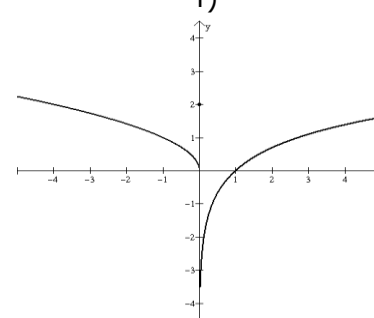
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ e $f(0) = 0 \Rightarrow$ o limite existe nesse ponto e além disso a função é contínua (nesse ponto)

 $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$, $f(1) = 1 \Rightarrow$ o limite existe nesse ponto mas a função não é contínua (nesse ponto)
5) a)**b)****c)**

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$

b), $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$

d)**e)****f)**

d) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2 = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0 = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$,

f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$, não existe.

6) a = -4 b = 3

7) a) 1/2 b) 4 c) 3 d) 3

8) a) 12 b) 32 c) 1/4 d) 1/6 e) 10/3

9) a) 2; b) 0; c) 1/2; d) 5/3; e) 8; f) 21/19; g) 5/6;

h) 12 i) $\sqrt[3]{4/7}$; j) 32; k) $\sqrt{2}/4$; l) 1/2