UNIFACS – Universidade Salvador
Disciplina: Álgebra Linear
Professor: Everton

4ª Lista de Exercícios – Espaços Vetoriais (subespaços; combinação linear e espaço gerado)

1).Verifique quais dos seguintes subconjuntos W são subespaços do R^3 . Justifique.

a) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \ ; x - y + 2z = 3\}$ b) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \ ; x.y = 1\}$

c) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \ ; z = 0\}$ d) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \ ; z = x^2 + y^2\}$

e) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \ ; x - y + z = 0\}$

2) Verifique quais dos seguintes subconjuntos W são subespaços do $M_2(R)$. Justifique

a) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \in M_2(R) \ ; x - y = 0 \ \text{ e } z + w - 2 = 0 \right\}$

b) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \in M_2(R) \ ; x = y = 0 \ \text{ e } \ z + w = 0 \right\}$

3) Verifique quais dos seguintes vetores são combinações lineares de u = (0, –2, 2) e v = (1, 3, –1)

a) (2, 2, 2); b) (0, 4, 5); c) (2, 0, 4); d) (2, 0, 1)

4) Determine a dimensão dos seguintes subconjuntos e escreva-os com o menor número de vetores possível. Em seguida,verifi
geram o R^2 e se formam uma base do R^2.

a) W = [(1,2), (2,4),(3,6)]
b) W = [(1,3), (3,5), (-2,-6)]
c) W = [(2,5), (4,8)]
d) W = [(1,-2), (2,-3), (5,-9)]
e) W= [(1,-5), (-2,10)]

5) Determine a dimensão dos seguintes subconjuntos e escreva-os com o menor número de vetores possível. Em seguida,verifi
geram o R^3 e se formam uma base do R^3.

a) W = [(1,1,-3),(2,0,1)]
b) W = [(1,1,-3),(-2,-2,6)]
c) W = [(1,1,-3),(2,3,-2),(8,11,-12)]
d) W = [(1,1,-2),(2,-3,0),(0,2,1)]
e) W= [(2,-1,4),(1,0,3),(-1,2,1), (4,-2,8)]
f) W= [(3,-1,1),(2,1,2),(2,-4,-2), (1,0,3)]
g) W= [(2,1,0),(3,0,1),(-3,-3,1), (0,-6,4), (2,-5,4)]

6) Determine um conjunto de geradores para os seguintes subespaços:

a) $W = \{(x, y, z) \in R^3; x = y = z\}$

b) $W = \{(x, y, z) \in R^3; x = 0\}$

c) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \ ; x + z = 0 \ \text{ e } \ x - 2y = 0\}$

d) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \ ; x + 2y - 3z = 0\}$

e) $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(R) ; \quad a + c = 0 \quad e \quad d = 0 \right\}$

7) Determine as equações que caracterizam os seguintes subespaços , se possível. Verifique se W_i é um subespaço próprio de V_i .

a) $V = R^2$, $W = [(2,-2), (-1,1)]$

b) $V = R^3$, $W = [(1,0,1), (-1,0,-1), (1,2,1)]$

c) $V = R^3$, $W = [(1,-1,0), (0,1,0), (0,0,1)]$

d) $V = M_2(R)$, $W = \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right]$

e) $V = M_2(R), \quad W = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

Respostas:

1) São subespaços c) e e) ; **2)** b) é subespaço

3) a) (2, 2, 2) = 2u + 2v; b) Não é combinação; c) (2, 0 , 4) = 3u + 2v; d) Não é combinação

4) a) dim (w) = 1, W = [(1,2)] . Não gera o R^2 e não forma base do R^2.
b) dim (w) = 2, W = [(1,3), (3,5)] . Gera o R^2 e não forma uma base do R^2.
c) dim (w) = 2, W = [(2,5), (4,8)] . Gera o R^2 e forma uma base do R^2.
d) dim (w) = 2, W = [(1,-2), (2,-3)] . Gera o R^2 e não forma uma base do R^2.
e) dim (w) = 1, W = [(1,-5)] . Não gera o R^2 e não forma base do R^2.

5) a) dim (w) = 2, W = [(1,1,-3), (2,0,1)] . Não gera o R^3 e não forma base do R^3.
b) dim (w) = 1, W = [(1,1,-3)] . Não gera o R^3 e não forma base do R^3.
c) dim (w) = 2, W = [(1,1,-3), (2,3,-2)] . Não gera o R^3 e não forma base do R^3.
d) dim (w) = 3, W = [(1,1,-2), (2,-3,0), (0,2,1)] . Gera o R^3 e forma uma base do R^3.
e) dim (w) = 2, W = [(2,-1,4), (1,0,3)] . Não gera o R^3 e não forma base do R^3.
f) dim(w) = 3, W = [(3,-1,1), (2,1,2), (1,0,3)] . Gera o R^3 e não forma uma base do R^3.
g) dim (w) = 2, W = [(2,1,0), (3,0,1)] . Não gera o R^3 e não forma base do R^3.

6) a) W = [(1, 1, 1)] ; b) W = [(0, 1, 0), (0, 0, 1)]; c) W = [(2, 1, –2)]
d) W = [(2, 1, 0) , (–3, 0, 1)]; e) $W = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$

7) a) W = { (x, y) $\in R^2$; x + y = 0 }; b) W = { (x, y, z) $\in R^3$; x = z } c) W = R^3 ;
d) $W = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \in M_2(R); y + x - 3w = 0 \right\}$; e) W = $M_2(R)$