UNIFACS – Universidade Salvador
Disciplina: Geometria Analítica e Álgebra Linear
Curso: Engenharias
Professor: Everton Lopes

2ª Lista de Exercícios – Retas e planos

1) Escreva uma equação da reta r nos casos a seguir:

a) r passa pelo ponto P = (-2,-1,3) e tem a direção do vetor $\vec{u}$ = (2,1,1).
b) r passa pelos pontos A = (1,3,-1) e B = (0,2,3).

2) Verifique, em cada um dos casos abaixo, se o ponto P pertence à reta r:

a) P = (-2,1,1) e r: X = (1,0,0) + h(-1,2,1); h Є R

b) P = (2,-1,-7) e r : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 + 2t \end{cases}$; t Є R

c) P = (2, $\frac{1}{2}$,3) e r : x-1 = 2(y-2) = $\frac{z}{3}$

3) Determine as equações reduzidas da reta r que:

a) Passa pelos pontos A = (1,1,-2) e B = (3,-2,1).
b) Passa pelo ponto A = (5,0,2) e tem a direção do vetor $\vec{v}$ = (2,-1,3).
c) Tem a seguinte equação: r: (x,y,z) = (-2,1,2) + h (3,1,-1) ; h Є R.
d) Tem a seguinte equação : r: $\begin{cases} x = -2 + 3h \\ y = -h \\ z = 1 + 5h \end{cases}$; h Є R.

4) Verifique se as retas a seguir são paralelas (coincidentes ou não) ou ortogonais.

a) r_1: $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 - 6t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$; t Є R r_2: $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ z = 2x - 1 \end{cases}$

b) r_1: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3t \end{cases}$; t Є R r_2: $\begin{cases} y = 4x - 1 \\ z = -2x + 3 \end{cases}$

c) r_1: $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 3t \\ z = -9t \end{cases}$; t Є R r_2: $\left\{ \frac{x-4}{-1} = y + 1 = \frac{z-9}{-3} \right.$

5) Determine, se possível, o ponto de interseção entre as retas r e s dadas por:

a) $\begin{cases} \text{r} : (\text{x}, \text{y}, \text{z}) = (5,3,3) + \text{t}(3,1,2) \\ \text{s} : (\text{x}, \text{y}, \text{z}) = (3,3,0) + \text{h}\ (1,1,\text{-}1) \end{cases}$; t e h Є R.

b) $\begin{cases} \text{r} : (\text{x}, \text{y}, \text{z}) = (1,0,0) + \text{t}(0,1,0) \\ \text{s} : (\text{x}, \text{y}, \text{z}) = (2,1,0) + \text{h}\ (\text{-}1,0,\text{-}1) \end{cases}$; t e h Є R.

c) $\begin{cases} r:(x,y,z)=(-2,5,1)+t(3,-4,2) \\ s:(x,y,z)=(1,3,-4)+h\,(-1,2,-3) \end{cases}$; t e h Є R.

6) Escreva uma equação do plano α nos seguintes casos:

a) α passa pelos pontos A = (1,0,2) e B = (2,-1,3) e é paralelo ao vetor $\vec{v}$ = (0,1,2)

b) α passa pelos pontos A = (3,1,-1) e B = (1,0,1) e é paralelo ao vetor $\overrightarrow{CD}$, sendo C = (1,2,1) e D = (0,1,0).

c) α passa pelos pontos A = (1,0,2) e B = (1,0,3) e C = (2,1,3).

7) Verifique em cada um dos itens abaixo se o ponto P dado pertence ao plano π.

a) P = (1,-1,0) , π : X = (2,1,3) + h(1,0,1) + t(0,1,0) ; t e h Є R.

b) P = (2,1,3) , π : x + y – 2z + 3 = 0.

c) P = (3,2,2) , π : $\begin{cases} x = 1-h+t \\ y = 2-h-t \\ z = 1-h \end{cases}$; t e h Є R .

8) O ponto P = (2,2,-1) é o pé da perpendicular traçada do ponto Q = (5,4,-5) ao plano π. Determine uma equação de π.

9) Determine um vetor normal ao plano:

a) Determinado pelos pontos P = (-1,0,0), Q = (0,1,0) e R = (0,0,-1).

b) α: 2x-y+1 = 0

c) Que passa pelos pontos A = (1,0,1) e B = (2,2,1) e é paralelo ao vetor $\vec{v}$ = (1,-1,3) .

d) α: $\begin{cases} x = 1+t+h \\ y = 1-t+2h \\ z = h \end{cases}$; t e h Є R

10) Determine uma equação do plano que passa pelo ponto p = (5,-2,4) e é paralelo ao plano π :3x+y-6z+8=0.

11) a) Verifique se P = (1,3,-2) pertence a r: $\begin{cases} 2x+y+2z=1 \\ -x+y+3z+4=0 \end{cases}$

b) Escreva uma equação da reta r que passa pelo ponto P = (1,1,1) e tem a direção de um vetor normal ao plano α: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t+3h \\ z = t+h \end{cases}$; t e h Є R

12) Determine a equação gera do plano β paralelo ao plano α: $\begin{cases} x = 1+h+2t \\ y = 2+2h+t \\ z = 3t \end{cases}$; h e t Є R e que

a) Passa pelo ponto P = (3,2,0).

b) Passa pela origem do sistema de coordenadas.

13) Determine uma equação do plano α:

a) Que contém o eixo OX e passa pelo ponto P = (5,-2,1).

b) Que passa pelo ponto P = (-2,1,3) e é perpendicular à reta r : X = (1,0,1) + h (1,-3,2); h Є R.

14) Estude a posição relativa dos planos abaixo:

a) α : (x,y,z) = (1,0,2) + t (2,1,0) + h (0,-1,3) ; t e h Є R.

β: $\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 3 - 2t + h \\ z = -3h \end{cases}$; t e h Є R

b) α : 2x-3y+z+1 = 0 e β: x+2y+4z-5 = 0

c) α : (x,y,z) = (-1,4,0) + t (2,0,1) + h (-3,2,0) ; t e h Є R. e β: 3x-y+z-1 = 0.

d) α : 9x+6y-3z+3 = 0 e β: $\begin{cases} x = -2 + t - h \\ y = 1 + h \\ z = -3 + 3t - h \end{cases}$; t e h Є R

15) Dado os planos α : (x,y,z) = (0,1,-3) + t (a,b,c) + h (2,0,1) ; t e h Є R e β: 3x+7y-6z+5 = 0 , determine a, b e c para que os planos α e β sejam paralelos.

16) Ache, se possível, a equação vetorial da reta de interseção dos planos abaixo:

a) α: 3x-2y+z+1 = 0 e β: 6x-4y+2z+5 = 0

b) α: 2x-y+z-3 = 0 e β: x-2y+3z+1 = 0

Respostas

1) a) r: (x,y,z) = (-2,-1,3) + t (2,1,1) ; t Є R b) r : x-1 = y-3 = $\dfrac{z+1}{-4}$

2) a) P $\notin$ r b) P $\in$ r c) P $\notin$ r

3) a) $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \\ z = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \\ z = \frac{3}{2}x - \frac{11}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \\ z = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \\ z = \frac{5}{3}x + \frac{13}{3} \end{cases}$

4) a) As retas são paralelas não coincidentes; b) As retas são ortogonais; c) As retas são paralelas e coincidentes.

5) a) P = (2,2,1) b) Não há ponto de interseção c) P = (4,-3,5)

6) a) α: (x,y,z) = (1,0,2) + t (1,-1,1) + h (0,1,2) ; t e h $\in$ R

b) α: 3x-4y+z-4 = 0 c) α: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + t + h \end{cases}$; t e h $\in$ R

7) a) P $\notin$ π b) P $\in$ π c) P $\in$ π

8) π: 3x+2y-4z-14=0

9) a) (1,-1,1) b) (2,-1,0) c) (2,-1,-1) d) (1,1,-3)

10) π: 3x+y-6z+11=0

11) a) P $\in$ r b) r: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$; t $\in$ R

12) a) 2x-y-z-4=0 b) 2x-y-z=0

13) a) π: X = t (1,0,0) + h (5,-2,1) ; t e h $\in$ R ou π: y + 2z = 0. b) π: x-3y + 2z-1 = 0

14) a) Estritamente paralelos; b) concorrentes e perpendiculares; c) concorrentes, mas não são perpendiculares d) paralelos coincidentes

15) (a,b,c) = (1,3,4)

16) a) Não há reta de interseção b) r: (x,y,z) = (2,0,-1) + h (1,5,3) ; h Є R