

1ª Lista de Exercícios – Vetores

1) Sabendo que $A = (0,0,0)$, $B = (2,1,-2)$ e $C = (0,0,5)$ são vértices de um triângulo, determine um vetor que tem a direção da bissetriz do ângulo interno $\hat{B}\hat{A}\hat{C}$.

2) Nos exercícios 2 e 3 considere os vetores $u = 2i - j + 2k$, $v = 5i + 5j - 2k$ e $w = 3i + 6j$.

a) $2u - v + 3w$

b) As coordenadas do ponto B, onde $A = (1,0,-2)$ e $AB = u$.

c) As coordenadas do ponto M, onde M é o ponto médio do segmento AB do item b.

3) Determine:

a) $u \cdot v$ e $u \cdot w$ b) $|u|$ e u° c) (u, v) e (u, w)

d) Um vetor não nulo ortogonal a v.

e) A projeção de u na direção de v.

f) A projeção de u na direção de w.

g) A medida algébrica da projeção de v na direção de u.

h) O versor de b, onde b é paralelo a u.

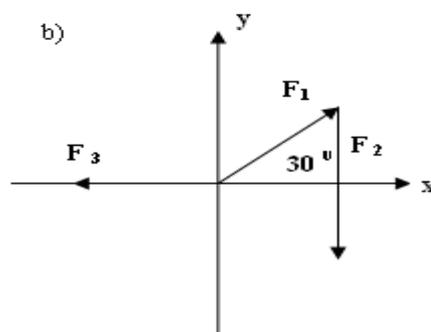
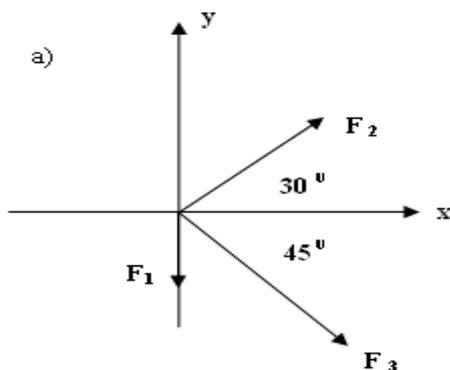
i) Um vetor paralelo a u e de módulo 9.

j) $v \times w$ l) Um vetor unitário ortogonal aos vetores u e v.

m) O vetor d, tal que $d \times u = 0$ e $d \cdot v = -2$

n) A área do triângulo ABC, onde $AB = u$ e $AC = v$

4) Determine a resultante das forças em cada item a seguir:



a) $|F_1| = 80 \text{ kgf}$

$|F_2| = 150 \text{ kgf}$

$|F_3| = 180 \text{ kgf}$

b) $|F_1| = 120 \text{ kgf}$

$|F_2| = 100 \text{ kgf}$

$|F_3| = 120 \text{ kgf}$

- 5) De um triângulo ABC sabemos que $|AB| = 2$, $|AC| = 3$ e $AB \cdot AC = 3\sqrt{3}$. Determine a área desse triângulo.
- 6) Determinar os valores de m para que o vetor $v = (m, 2m, 2m)$ seja um versor.
- 7) Determinar os valores de m para que o vetor $v = mi + 6j$ tenha módulo igual a 10.
- 8) Determinar um vetor paralelo ao vetor $v = i + j + k$ e que tenha módulo igual a 5.
- 9) Determinar um vetor de módulo 10 paralelo ao vetor $v = 4i + 2j - 5k$.
- 10) Determinar m para que os vetores v_1 e v_2 sejam ortogonais nos seguintes casos:
- a) $v_1 = (m, -2, 4)$ e $v_2 = (1, -2, -5)$ b) $v_1 = (2m - 1, 0, 3)$ e $v_2 = (0, m+1, 0)$
- c) $v_1 = (4m, 0, 1)$ e $v_2 = (0, 2, 5)$
- 11) Determinar um vetor ortogonal aos vetores $u = i + j$ e $v = i - 2j + k$.
- 12) Determinar um vetor ortogonal aos vetores $u = 3i - 2j + 4k$ e $v = -i + 3j + k$.
- 13) Dados $A = (1, 0, 1)$, $B = (-2, 0, -3)$ e $C = (1, 5, 1)$
- a) Mostre que $AC \perp AB$. b) Verifique se o triângulo ABC é isósceles.
- 14) Determine o vetor v no R^3 tal que
$$\begin{cases} v \cdot (i - k) = 1 \\ v \times (1, -2, 0) = 2i + j - 4k \end{cases}$$
- 15) Determine o vetor v no R^3 tal que
$$\begin{cases} v \cdot (i - j) = 2 \\ v \times (i + 3k) = (0, 0, 0) \end{cases}$$
- 16) Os pontos $A = (2, 3, 0)$, $B = (2, 5, 0)$ e $C = (0, 6, 2)$ são vértices consecutivos de um paralelogramo. Determine o quarto vértice, a área desse paralelogramo e o $\text{sen}(AB, AD)$.
- 17) Calcular a área do triângulo cujos vértices são os pontos $P = (4, -3, 1)$, $Q = (6, -4, 7)$, $R = (1, 2, 2)$ e verifique se esse triângulo é equilátero.
- 18) Determine o centro e o raio da esfera com diâmetro nos pontos $P = (1, 1, 0)$ e $Q = (0, 0, 1)$.
- 19) Nos itens abaixo, os pontos A, B, C e D são vértices consecutivos de um quadrilátero. Verifique se esses pontos são vértices de um retângulo.
- a) $A = (1, 2, 1)$, $B = (3, 3, -1)$, $C = (4, 6, 0)$, $D = (2, 5, 2)$.
- b) $A = (3, -1, 2)$, $B = (5, 3, 4)$, $C = (6, 2, 5)$, $D = (4, -2, 3)$.
- c) $A = (-1, 2, -1)$, $B = (1, 6, 5)$, $C = (3, 3, 2)$, $D = (2, 1, -1)$.
- 20) Nos itens abaixo os pontos A, B, C e D são vértices consecutivos de um quadrilátero. Verifique se esses pontos são vértices de um paralelogramo.
- a) $A = (3, 2, 2)$, $B = (5, 6, 3)$, $C = (6, 5, 5)$, $D = (4, 1, 4)$.
- b) $A = (3, 2, 2)$, $B = (5, 6, 3)$, $C = (6, 9, 2)$, $D = (4, 5, 1)$.
- c) $A = (2, -3, 1)$, $B = (6, 5, 5)$, $C = (6, 2, 5)$, $D = (4, -2, 3)$.

Respostas

- 1) $t(2/3, 1/3, 1/3)$, $t \in \mathbb{R}^*$
- 2) a) $(8, 11, 6)$ b) $(3, -1, 0)$ c) $(2, -1/2, -1)$
- 3) a) $u \cdot v = 1$ e $u \cdot w = 0$ b) $|u| = 3$ e $u^o = (2/3, -1/3, 2/3)$
c) $(u, v) = \arccos(\sqrt{6}/54)$ e $(u, w) = 90^\circ$ d) $(x, y, (5x+5y)/2)$; $x, y \in \mathbb{R}^*$
e) $(5/54, 5/54, -1/27)$ f) $(0, 0, 0)$ g) $1/3$ h) $(2/3, -1/3, 2/3)$ ou $(-2/3, 1/3, -2/3)$
i) $(6, -3, 6)$ ou $(-6, 3, -6)$ j) $(12, -6, 15)$ l) $(-8\sqrt{485}/485, 14\sqrt{485}/485, 15\sqrt{485}/485)$ ou
 $(8\sqrt{485}/485, -14\sqrt{485}/485, -15\sqrt{485}/485)$ m) $(-4, 2, -4)$
n) $\sqrt{485}/2$ u.a.
- 4) a) $R = (75\sqrt{3} + 90\sqrt{2}, -5-90\sqrt{2})$ b) $(60\sqrt{3} - 120, -40)$ 5) $3/2$ u.a.
- 6) $m = \pm 1/3$ 7) $m = \pm 8$ 8) $(\pm 5\sqrt{3}/3, \pm 5\sqrt{3}/3, \pm 5\sqrt{3}/3)$
- 9) $(\pm 8\sqrt{5}/3, \pm 4\sqrt{5}/3, \mp 10\sqrt{5}/3)$
- 10) a) $m = 16$ b) qualquer m c) não existe m 11) $(1, -1, -3)$ 12) $(-2, -1, 1)$
- 13) O triângulo é isósceles. 14) $(2, 0, 1)$ 15) $(2, 0, 6)$
- 16) $D = (0, 4, 2)$ área = $4\sqrt{2}$ u.a. e $\sin(\angle AB, AD) = 2\sqrt{2}/3$
- 17) aproximadamente 18,8 u.a. 18) centro: $M = (1/2, 1/2, 1/2)$ raio = $\sqrt{3}/2$
- 19) Apenas os pontos da letra b) são vértices de um retângulo
- 20) Apenas os pontos das letras a) e b) são vértices de um paralelogramo