

LISTA DE EXERCÍCIOS

CÁLCULO NUMÉRICO

Prof. ADRIANO CATTAL














Somos o que repetidamente fazemos. A excelência portanto, não é um feito, mas um hábito. *Aristóteles*


Solução Numérica de Equações


(Atualizada em 20 de março de 2016)

NOME: _____ DATA: ____/____/____

-  **Q 1** Analise a existência de raízes, pelo TVI e pelo isolamento gráfico, das seguintes equações:
- (a) $x = \cos(x)$; (c) $2^x + 3^x = 6^x$; (e) $x^3 - 3x - 1 = 0$;
(b) $x = e^x$; (d) $x \cdot \cos(x) = 1$; (f) $x^3 - 4x + 2 = 0$.
-  **Q 2** Use o método da bissecção e o método da posição falsa da bissecção para achar as soluções de $x^3 - 7x^2 + 14x - 6$, precisão $\varepsilon = 0,001$, nos intervalos $[0; 1]$, $[2, 5; 3, 5]$ e $[3, 1; 4]$.
-  **Q 3** Dê um exemplo de função $f(x)$, que tenha pelo menos uma raiz, que não pode ser determinada usando o Método da Bissecção.
-  **Q 4** Considere a função $f(x) = \frac{x-1}{2-x}$. Verifique que $f(1,5) \cdot f(2,5) < 0$. É possível usar o método da bissecção para determinar uma raiz de f no intervalo $[1, 5; 2, 5]$?
-  **Q 5** Use o método de Newton-Raphson e da secante para determinar raízes das seguintes funções:
- (a) $f(x) = 4 \cos(x) - e^x$; (b) $f(x) = e^x - x^4$; (c) $f(x) = 10^x + x^3 + 2$.
-  **Q 6** Qual a diferença fundamental entre o método de Newton-Raphson e o das secantes?
-  **Q 7** Aproxime, com precisão $\varepsilon = 10^{-3}$, o ponto da parábola $y = x^2$ que estão mais próximo do ponto $(1, 0)$.
- Dica 1: minimize a função $\rho(x)$ que representa a distância entre os pontos (x, x^2) e $(1, 0)$;
Dica 2: minimizar $\sqrt{f(x)}$ é equivalente a minimizar $f(x)$;
Dica 3: se x_0 é ponto crítico de f e $f''(x_0) > 0$, então x_0 é ponto de mínimo.
-  **Q 8** Seja $f(x) = x^2 \cdot e^{2-x}$. Determine o valor de x (negativo) tal que $f(x) = 3$.
-  **Q 9** Sabemos que se uma equação polinomial da forma
- $$x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0,$$
- com coeficientes inteiros, admitir raiz racional, esta raiz será inteira e dividirá a_0 . Com esta informação, vemos que $\sqrt{2}$ é irracional pois $\sqrt{2}$ é raiz de $x^2 - 2 = 0$ e não divide 2. Mostre que (a) $\sqrt[3]{7}$; (b) $\sqrt[5]{13}$; (c) $\sqrt{6}$ também são irracionais. Com métodos distintos, obtenha uma aproximação, com três casas decimais corretas, para estes números.
-  **Q 10** A razão entre o perímetro de um círculo e o seu diâmetro produz o número irracional π (Pi). Ele também aparece na razão entre a área do círculo e o quadrado do raio. A letra grega π , foi adotada para o número a partir da primeira letra da palavra perímetro em grego. Sua aproximação mais famosa é 3,14, que pode ser obtida pela soma $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, quando $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ são aproximados com erro $\varepsilon = 10^{-2}$. Com esta aproximação, use um dos métodos numéricos para obter a aproximação mais famosa do π .

 **Q 11** Use o método de Newton-Raphson para determinar o ponto de mínimo da função $f(x) = 2x^4 - 2x^3 - x^2 - x - 3$, com precisão $\varepsilon = 10^{-3}$.

 **Q 12** A equação $x^2 - 7x + 12 = 0$ tem 3 e 4 como raízes. Considere a função de iteração dada por $\varphi(x) = x^2 - 6x + 12$. Determine o intervalo $(a; b)$, em que para qualquer que seja x_0 escolhido, a sequência $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ converge para a raiz $x = 3$. Escolha $x_0 \in (a, b)$ e determine a raiz.

 **Q 13** Verifique que -1 e 2 são raízes da equação $x^2 - x - 2 = 0$ e que $x = \varphi(x)$, em cada caso, satisfaz a equação, ou seja, são funções candidatas à função de iteração pelo método das aproximações sucessivas.

(a) $\varphi(x) = x^2 - 2x$; (b) $\varphi(x) = \sqrt{2+x}$; (c) $\varphi(x) = 1 + \frac{2}{x}$; (d) $\varphi(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{2x - 1}$.

Estude a convergência, em cada caso, de $\varphi(x)$, ou seja, qual (ou quais) geram sequências convergentes para as raízes indicadas.

Wolfram Alpha

Você pode checar seu gabarito com auxílio do WolframAlpha (www.wolframalpha.com). Na linha de comando, digite um dos métodos abaixo, é bem intuitivo.

newton raphson method

newton raphson method

bisection method