INTEGRAIS IMPRÓPRIAS
(UMA PURA DIVERSÃO NO CÁLCULO INTEGRAL)

1) Determine se cada integral é convergente ou divergente. Calcule as que são convergentes

a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(3x+1)^2}$; b) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$; c) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$; d) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{1+x^2}$; e) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+2)(x+3)}$;

f) $\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 dx$; g) $\int_{-\infty}^{-1} e^{-2t} dt$;

2) Esboce a região e encontre a área (se a área for finita)

a) $S = \{(x,y); x \leq 1, \ 0 \leq y \leq e^x\}$ b) $S = \{(x,y); \ x \geq -2, \ 0 \leq y \leq e^{-x/2}\}$

c) $S = \{(x,y); x \geq 1, \ 0 \leq y \leq (\ln x)/x^2\}$

3) Determine os valores de p para os quais a integral $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$ converge, para os quais diverge e avalie a integral quando ela convergir .

4) A vida média M de um átomo numa substância radioativa é definida como sendo
$M = -k \int_0^{+\infty} t e^{kt} dt$, onde k é uma constante negativa que depende da substância. Sabendo que para o isótopo radioativo do carbono, C^{14}, $k = -0{,}00012$, calcule a vida média de um átomo de C^{14}.

5) Calcule as seguintes integrais impróprias ou mostre que divergem:

A) $\int_1^{+\infty} x^{-4} dx$ B) $\int_1^{+\infty} x^{-1/2} dx$ C) $\int_{-\infty}^{+\infty} 2x(x^2+1)^{-1} dx$

D) $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$ E) $\int_0^{+\infty} e^{-x} \cos x dx$ F) $\int_0^{+\infty} \cos(bx) dx$

G) $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ H) $\int_a^b x^{-2/3} dx, \ a < 0 < b$ I) $\int_e^{10} \frac{dx}{x.\ln x.\ln(\ln x)}$

J) $\int_1^{+\infty} x^{-1}(x-1)^{-1/2} dx$ K) $\int_{-\infty}^{0} x 5^{-x^2} dx$ L) $\int_0^3 (x-1)^{-2} dx$

M) $\int_{1/2}^{2} \frac{dx}{x.(\ln x)^{1/5}}$ N) $\int_0^2 \frac{dx}{x(\ln x)^{1/5}}$ O) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} dx$

P) $\int_0^1 \frac{\ln^2 x}{x} dx$ Q) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$ R) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$

37) Verifique se é possível encontrar um número real medida de área da região entre os gráficos de:

A) $y = 1/x$, $y = 0$ e $x = 1$, à direita da reta $x = 1$.

B) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, eixos OX e OY e $x = 4$, à esquerda da reta $x = 4$.

C) $y = -\dfrac{a^3}{a^2 + x^2}$, $a > 0$ (Curva de Agnesi) e $y = 0$.

D) $y = e^x$ e $y = 0$, situada à esquerda do eixo OY.

38) Ache o volume do sólido obtido pela rotação da área compreendida entre as curvas $y = e^x$, $x = 0$, $y = 0$ e situada à esquerda de OY, quando esta gira em torno do eixo OX e do eixo OY.

39) Calcule o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo OX , da região situada à direita da reta $x = 1$ e compreendida entre a curva $y = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ e o eixo OX.

Respostas:

1) a) 1/12 ; c) 1; e) $-\ln\dfrac{2}{3}$. As demais divergem

2) a) e b) 2e c) 1

3) converge se $p > 1$ e $\int_1^{\infty} \dfrac{1}{x^p}dx = \dfrac{1}{p-1}$, diverge se $p \leq 1$.; 4) $M \approx 8.333$

5) As integrais B, C, F, I, L, N, P divergem. As demais convergem a: A) 1/3; D) 1/2; E) 1/2;

37) A) não; B) sim, 4; C) sim, πa^2; D) sim, 1

38) $\pi/2$ e 2π;

39) $\pi/2$