



## Universidade Federal da Bahia

Departamento de Matemática  
Matemática I (MAT013 / T01)  
Primeira Avaliação da Aprendizagem

Professor: *Adriano Cattai*  
Semestre: 2015.1 – 10/04/2015

Aluno(a):

Matrícula:

### Instruções:

1. A interpretação faz parte da avaliação;
2. Não será permitida qualquer espécie de consulta, nem uso de equipamentos eletrônicos;
3. Todas as questões devem possuir respostas justificadas;
4. Utilize caneta **preta** ou **azul**;
5. Solução ilegível ou à lápis será considerada como errada;
6. Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;
7. Todas figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;
8. Nesta folha, escreva apenas seu nome.

“A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo.”

(Nelson Mandela)

**Questão 1 (1,0 + 1,0).** Seja  $r$  a reta de equação  $3y + 2x = 6$  que é ortogonal a  $s$ , cuja interseção ocorre no ponto de ordenada nula.

- (a) Determine a equação de  $s$ ;
- (b) Num mesmo sistema de coordenadas, exiba os gráficos dessas retas.

**Questão 2 (1,6 + 2,0).** Seja  $A = \{x \in \mathbb{R}; 1 \leq x < 4\}$  e  $B = \{y \in \mathbb{Z}; -3 < y \leq 2\}$  e considere a relação binária  $R_1 = \{(x, y) \in A \times B; y \leq 0\}$ .

- (a) Represente, no plano cartesiano,  $A \times B$  e  $R_1$ ;
- (b) Determine  $\text{Im}(R_1)$  e  $\text{Dom}(R_1)$ .  $R_1$  é função?  $R_1$  é sobrejetiva?

**Questão 3 (1,0 + 0,5 + 0,5).** Considere a função  $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{3}|x^2 - 4x + 3| & \text{se } 0 < x < 4 \\ 5 - x & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$ .

- (a) Esboce o gráfico de  $f$ ;
- (b) Determine o(s) intervalo(s) em que  $f$  é crescente e o(s) em que  $f$  é decrescente.

**Questão 4 (1,2).** Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a inequação quociente  $\frac{x^2 + 3x - 6}{-x^2 + 7x - 10} \leq 1$ .

**Questão 5 (1,2).** Uma companhia de turismo tomou conhecimento de que são vendidos (em média) 30 ingressos, de um determinado ponto turístico, quando ele custa R\$ 6,00 e, 18 quando é vendido a R\$ 10,00. Suponha linear a equação de demanda, que o eixo  $Ox$  indica a quantidade de ingressos vendidos e o eixo  $Oy$  o valor do ingresso.

- (a) Encontre e trace a curva demanda;
- (b) Quanto deverá ser o valor do ingresso se apenas três pessoas se interessarem no passeio?

*Boa Prova!*



$\sum_{R=1}^5 R$

= **R**epense + **R**ecuse + **R**eduza + **R**eutilize + **R**ecycle.

## Resolução / Dicas de Resolução

### Questão 1.

- (a) Primeiramente, se  $P(x, y)$  tem ordenada nula, então  $y = 0$ . Assim,  $2x = 6$  implica  $x = 3$ , logo  $P(3, 0) = r \cap s$ . Sabemos que  $r \perp s$ , logo  $a_r \cdot a_s = -1$ . Obtendo  $a_r$ , para determinar  $a_s$ :

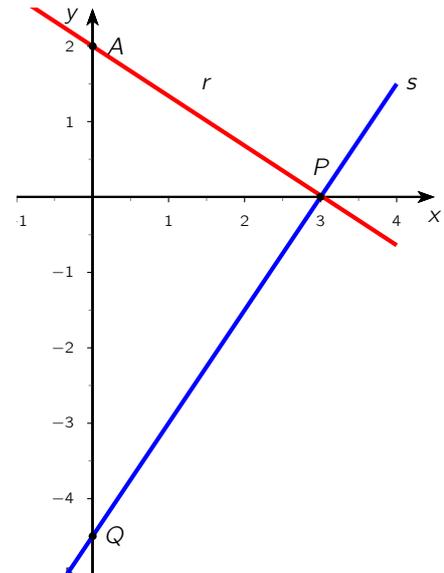
$$3y + 2x = 6 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow a_r = -\frac{2}{3} \Rightarrow a_s = \frac{3}{2}.$$

Temos:  $a_s = \frac{3}{2}$  e  $P(3, 0) \in s$ . Assim,  $s : y - 0 = \frac{3}{2}(x - 3)$  implicando  $s : 2y - 3x = -9$ .

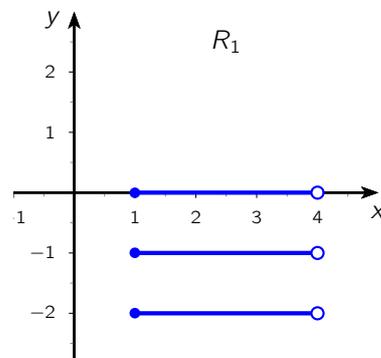
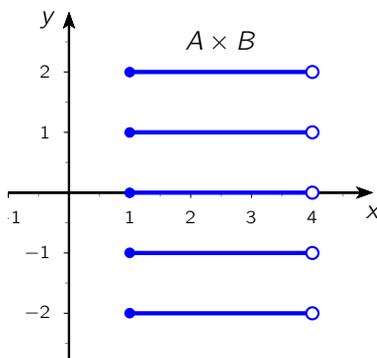
- (b) Para esboçar esse gráficos, identificaremos os pontos de inteseção com os eixos ordenados, como segue abaixo:

$$\begin{cases} r \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0, 2) \\ r \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow P(3, 0) \\ s \cap Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -9/2 \Rightarrow Q(0, -9/2) \\ s \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow P(3, 0) \end{cases}$$

Depois de marcados esses pontos, basta traçar as retas. Veja ao lado.



### Questão 2.

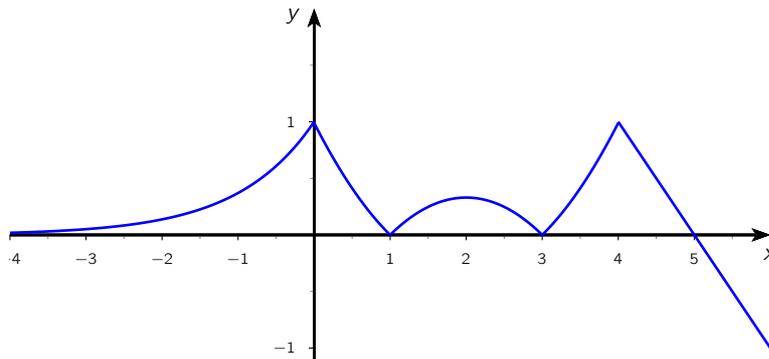


$\text{Im}(R_1) = \{-2, -1, 0\}$ ;  $\text{Dom}(R_1) = [1, 4]$ ;  $R_1$  não é função pois existem elementos de  $A$  relacionados com mais do que um elemento de  $B$ , por exemplo,  $(2, 0)$ ,  $(2, -1)$  e  $(2, -2)$ ;  $R_1$  não é sobrejetiva pois a  $\text{Im}(R_1) \neq B$ .

### Questão 3.

- ◇ Para  $x \leq 0$ , o gráfico é da exponencial crescente  $y = e^x$ , pois  $e \approx 2,7 > 1$ .
- ◇ Como  $x^2 - 4x + 3$  é negativa quando  $x \in (1, 3)$ , então, neste intervalo devemos refletir o arco de parábola em relação ao eixo  $Ox$ . Nos intervalos  $(0, 1)$  e  $(3, 4)$  não, pois ela é positiva.
- ◇ Para  $x \geq 4$ , o gráfico é da reta decrescente  $y = 5 - x$ .

Confira, abaixo, o gráfico de  $f$ .



De posse do gráfico, temos que:

$$f \text{ é crescente} \Leftrightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (1, 2) \cup (3, 4)$$

$$f \text{ é decrescente} \Leftrightarrow x \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (5, +\infty)$$

**Questão 4.** Veja que:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 3x - 6}{-x^2 + 7x - 10} \leq 1 &\Rightarrow \frac{x^2 + 3x - 6}{-x^2 + 7x - 10} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 3x - 6 - (-x^2 + 7x - 10)}{-x^2 + 7x - 10} \leq 0 \\ &\Rightarrow \frac{2x^2 - 4x + 4}{-x^2 + 7x - 10} \leq 0 \end{aligned}$$

O numerador ( $N$ ) possui discriminante negativo ( $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = -16$ ) e temos  $a_N = 2 > 0$ . Enquanto que o denominador ( $D$ ) possui discriminante positivo, proporcionando duas raízes 2 e 5 e  $a_D = -1 < 0$ . Reunindo essas informações, no quadro abaixo, temos:

$N$	+	+	+	$a > 0$ e $\Delta < 0$
$D$	-	+	-	$a < 0$ e $\Delta > 0$
$N/D$	-	+	-	☺

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 3x - 6}{-x^2 + 7x - 10} \leq 1 \\ \Downarrow \\ \frac{2x^2 - 4x + 4}{-x^2 + 7x - 10} \leq 0 \\ \Downarrow \\ x \in (-\infty, 2) \cup (5, +\infty) \end{aligned}$$

Como 2 e 5 anulam o denominador, logo não devem constar no conjunto solução.

**Questão 5.**

Considerando a demanda linear, temos que sua equação é a mesma de uma reta,  $y = ax + b$ . Considerando os pontos  $A(18, 10)$  e  $B(30, 6)$ , como sendo pontos desta reta, temos o coeficiente angular dado por:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 10}{30 - 18} = -\frac{1}{3}$$

Assim,  $y = -\frac{x}{3} + b$ . Escolhendo um desses pontos, digamos  $A(18, 10)$ , substituindo suas coordenadas na equação, temos:

$$10 = -\frac{18}{3} + b \Rightarrow b = 16.$$

Logo,  $y = -\frac{x}{3} + 16$ . Assim, se apenas três pessoas se interessarem ( $x = 3$ ), temos  $y = -\frac{3}{3} + 16 = 15$ , ou seja, o ingresso custará R\$ 15,00.

Abaixo, temos a representação gráfica.

