CENTRO UNIVERSITÁRIO DA BAHIA

DISCIPLINA: Cálculo Diferencial e Integral III — SEMESTRE: 2013.1

PROFESSOR: *Adriano Cattai* — DATA: 10/04/2013

NOME: ____

1ª AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

INSTRUÇÕES:

1. *A interpretação faz parte da avaliação;*
2. *Não será permitida qualquer espécie de consulta, nem uso de equipamentos eletrônicos;*
3. *Seja organizado. Todas as questões devem possuir respostas justificadas;*
4. *Utilize caneta **preta** ou **azul**;*
5. *Solução ilegível ou à lápis será considerada como errada;*
6. *Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;*
7. *Todas figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;*
8. *Nesta folha, escreva apenas seu nome.*

"Nunca ande somente pelo caminho traçado, pois ele conduz somente até onde os outros já foram." (Graham Bell)

Boa Prova!

***Q.* 1** (4,0)**.** Responda cada item abaixo:

(a) É verdade que a função $y=\dfrac{x\text{sen}(2x)}{4}$ não é solução da EDO $y''+4y=\cos(2x)$?

(b) Qual deve ser o valor de a para que $y=a\cdot\cos(x)$ seja solução da EDO $y''-3y'+2y=\cos(x)+3\text{sen}(x)$?

(c) É falso que as EDO's $xy''+\dfrac{3x^2y'}{3-x^2}-(x^2-9)y=\pi y$ e $\log(t)\dfrac{d^2u}{dt^2}+2u\dfrac{du}{dt}-(t^2-9)u=\pi^4-t$ são lineares e de mesma ordem?

(a) Derivando $y=\dfrac{x}{4}\cdot\text{sen}(2x)$ temos $y'=\dfrac{\text{sen}(2x)}{4}+\dfrac{2x}{4}\cos(2x)$ e, derivando y', temos $y''=\cos(2x)-x\text{sen}(2x)$. Agora, como

$$y''+4y=\cos(2x)-x\text{sen}(2x)+4\cdot\frac{x}{4}\cdot\text{sen}(2x)=\cos(2x)$$

vemos que $y=\dfrac{x}{4}\cdot\text{sen}(2x)$ é solução da EDO dada.

(b) Derivando $y=a\cdot\cos(x)$ temos $y'=-a\cdot\text{sen}(x)$ e, derivando y', temos $y''=-a\cdot\cos(x)$. Para que $y=a\cdot\cos(x)$ seja solução da EDO, devemos ter:

$$-a\cdot\cos(x)-3[-a\cdot\text{sen}(x)]+2a\cdot\cos(x)=\cos(x)+3\text{sen}(x)\Rightarrow a\cdot\cos(x)+3a\cdot\text{sen}(x)=\cos(x)+3\text{sen}(x)\Rightarrow a=1.$$

(c) Sim é falso. Mesmo tendo a mesma ordem (ordem dois) a segunda EDO não é linear. A parcela $2u\dfrac{du}{dt}$ não é linear.

***Q.* 2** (2,0)**.** Determine a solução da EDO separável $x-xy^2+e^{-x}(1-y)y'=0$, em que $y\neq\pm1$.

Seprando as variáveis, temos:

$$x(1-y^2)dx=-\frac{1-y}{e^x}dy\Rightarrow xe^xdx\frac{1-y}{1-y^2}dy\Rightarrow xe^xdx=-\frac{1}{1+y}dy.$$

Integrando ambos o membros desta útima igualdade, temos:

$$e^x(x-1)+k=-\ln(1+y)\Rightarrow\ln(1+y)=e^x(1-x)-k\Rightarrow y=c\cdot\exp\{e^x(1-x)\},$$

em que $\int xe^xdx$ foi resolvida pela fórmual de integração por partes $\int udv=uv-\int vdu$, pondo $u=x$ e $dv=e^xdx$.

***Q.* 3** (2,0)**.** Resolva a EDO $y'=4x^{-1}y+x\sqrt{y}$.

Reescrevendo a EDO, temos a seguinte EDO de Benoulli $y'-\dfrac{4}{x}y=xy^{1/2}$. Multiplicando a EDO por $\dfrac{1}{2}y^{-1/2}$ e, com a seguinte mudança de variável $v=y^{1-1/2}$, com $v'=\dfrac{1}{2}y^{-1/2}y'$, temos:

$$\frac{1}{2}y^{-1/2}y'-\frac{2}{x}y^{1/2}=x\Rightarrow v'-\frac{2}{x}v=x,$$

em que, nesta última, temos uma EDO linear de primeira ordem cujo fator integrante é:

$$\mu(x) = \exp\left\{\int -2x^{-1}dx\right\} = \exp\left\{\ln(x^{-2})\right\} = x^{-2}.$$

Daí, segue que:

$$x^{-2}v' - 2x^{-3}v = x^{-1} \Rightarrow [x^{-2}v]' = \frac{1}{x} \Rightarrow v = x^2[\ln(x) + k].$$

Como $v = y^{1/2}$, temos que $y = v^2$ e, portanto, $y = x^4[\ln(x) + k]^2$ é a solução da EDO dada.

Q. 4 (2,0)***.*** Atividades Semanais.