ENSINANDO PARA APRENDER – EPA

UNIVERSIDADE: UNIFACS SEMESTRE: 2011.2

PROFESSOR: Adriano Cattai DISCIPLINA: Cálculo Diferencial

GRUPO: ____

____ TURMA: ________

ATIVIDADE 01: FUNÇÕES CONTÍNUAS; ASSÍNTOTAS E RETA TANGENTE

Conteúdo: Funções Contínuas, Assíntotas Verticais, Assíntotas Horizontais, Equação da reta tangente e da reta normal

Objetivos:
◇ Definir, adequadamente, função contínua;
◇ Construir e analisar gráficos de funções contínuas;
◇ Decidir quando, uma dada função, é contínua;
◇ Identificar e determinar assíntotas horizontais de uma função;
◇ Identificar e determinar assíntotas verticais de uma função;
◇ Usar o limite para determinar a inclinação da reta tangente ao gráfico de uma função num determinado ponto.

Orientações para desenvolvimento:

1. Desenvolver a atividade em folhas de papel reciclado de tamanho A4, utilizando canetas (coloridas ou não) ou lápis;
2. Não responder na folha de questões e qualquer "parte ilegível" será considerada como errada;
3. A atividade deve ser, obrigatoriamente, escrita por todos os integrantes do grupo;
4. Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;
5. Todas as figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;
6. A atividade será válida apenas quando resolvida e acompanhada do relatório[1] de execução e dos arquivos digitais de registro[2].

Questões:

1. Escreva, ilustrando com gráficos, a definição de:

(a) função contínua num ponto $x = a$;

(b) função contínua à direita num ponto $x = a$;

(c) função contínua à esquerda num ponto $x = a$;

(d) função contínua num conjunto;

(e) função contínua.

Função para a questão 2.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se} \quad -1 \leq x < 0 \\ 2x & \text{se} \quad 0 < x < 1 \\ 1 & \text{se} \quad x \in \{1, 2\} \\ 4 - 2x & \text{se} \quad 1 < x < 2 \\ 0 & \text{se} \quad 2 < x < 3 \end{cases}$$

2. Faça o esboço gráfico da função $f : [-1, 0) \cup (0, 3) \to (-1, 2)$, definida acima. A parir do gráfico, responda cada item abaixo.

(a) Existe $f(-1)$? Existe $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$? Existe $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$? f é contínua em $x = -1$? E à direita em $x = -1$?

(b) Existe $f(0)$? Existe $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$? f é contínua em $x = 0$?

(c) Existe $f(1)$? Existe $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$? f é contínua em $x = 1$?

(d) Existe $f(2)$? Existe $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$? f é contínua em $x = 2$?

---

[1] Modelo disponível em www.cattai.mat.br/epa.

[2] Imagens em vídeo ou em fotografias, preferencialmente fotografias entregue num CD.

(e) Existe $f(3)$? Existe $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$? f é contínua em $x=3$?

(f) Qual o valor que deve ser atribuído a $f(1)$ e a $f(2)$ para tornar f contínua nesses pontos? Por que?

(g) Há como atribuir algum valor a $f(0)$ para tornar f contínua em $x=0$?

3. Para qual valor de a a função $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x<3 \\ 2ax, & x \geq 3 \end{cases}$ é contínua?

4. Defina $f(1)$ para que a função $f(x) = \dfrac{1-\sqrt{x}}{1-x}$ seja contínua.

5. Defina $g(4)$ para que a função $g(x) = \dfrac{x^2-16}{x^2-3x-4}$ seja contínua.

6. Defina $h(-4)$ para que a função $h(x) = \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{x}}{4+x}$ seja contínua.

7. Dê um exemplo de uma função $f(x)$ que seja contínua para todos os pontos exceto em $x=3$ e que seja possível redefinir $f(3)$ para que f se torne contínua.

8. Dê um exemplo de uma função $g(x)$ que seja contínua para todos os pontos, exceto em $x=1$ e que não seja possível redefinir $g(1)$ para que g se torne contínua.

9. A partir de $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 5$ podemos afirmar qual a imagem de 2? Qual propriedade f deve possuir para que, a partir de $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 5$, possamos afirmar o valor de $f(2)$?

10. Para cada item abaixo, decida para quais intervalos cada função é contínua.

(a) $g(x) = \dfrac{x+1}{x^2-4x+3}$; (c) $p(x) = 1 - \text{cossec}(x)$; (e) $s(x) = \dfrac{\ln(x)+x^2+x}{x^2-4}$;

(b) $h(x) = \dfrac{2x}{(x+1)^2} - \text{sen}(x)$; (d) $q(x) = \sqrt{2x+4}$; (f) $t(x) = \text{tg}(x)$.

11. Para cada função abaixo determine, se existirem, as assíntotas verticais e as assíntotas horizontais. Quando existir, além dos cálculos, faça esboço gráfico ilustrando o comportamento e, quando não, justifique com os cálculos.

(a) $f(x) = \dfrac{2x^2+4x}{x^2-x-6}$ (c) $f(x) = \dfrac{4-x^2}{x^2}$ (e) $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x-1}$ (g) $f(x) = \dfrac{x^3-1}{x^2-2x+1}$

(b) $f(x) = \dfrac{2x^2-x-12}{x^2+2x-3}$ (d) $f(x) = \dfrac{x^2-2x}{x+1}$ (f) $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x^2-4}$ (h) $f(x) = \dfrac{x^2+3x}{x^2-4}$

12. Dada a função $f(x) = x^2-x-2$ determine a equação da reta tangente e a equação da reta normal ao gráfico de f no ponto de abscissa 1. Desenhe, num mesmo sistema de coordenadas, o gráfico de f e as duas retas.

13. Dada a função $f(x) = -x^2-2x+3$, caso exista, determine a equação da reta tangente a esta curva que seja normal à reta $r: y-2x=6$. Desenhe, num mesmo sistema de coordenadas, o gráfico de f e a da reta tangente.

14. Seja $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ uma curva. Determine a equação da reta tangente no ponto no ponto da abscissa $x=1$. Quais os os pontos da curva em que a reta tangente à curva tem inclinação de $60°$?

15. Seja $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ uma curva. Se possível, determine, tanto a equação da reta tangente quanto a equação da reta normal a curva no ponto $P(-2; 2/3)$.

Respostas:

(3) $4/3$; (4) $1/2$; (5) $8/5$; (6) $-1/16$

Texto composto em LaTeX 2_ε, APC, 24 de agosto de 2011