Ensinando para Aprender – EPA

Universidade: UNIFACS — Semestre: 2011.1

Professor: Adriano Cattai — Disciplina: Cálculo Diferencial

Grupo: ____

____ Turma: ________

Atividade 02: Definição de Derivada

Conteúdo: Taxas de variação e derivada no ponto.

Objetivos:

◇ Definir, adequadamente, taxa de variação média de uma dada função $y = f(x)$, para uma determinada variação na variável x;

◇ Definir, adequadamente, taxa de variação instantânea de uma dada função $y = f(x)$, para um determinado valor na variável x, utilizando processo de limite;

◇ Determinar p coeficiente angular da reta tangente a uma dada curva, num determinado ponto, utilizando o processo de limite;

◇ Determinar as equações das retas tangente e normal, ao gráfico de uma dada função;

◇ Definir as derivadas laterais de uma função num ponto;

◇ Definir a derivada de uma função num ponto;

Orientações para desenvolvimento:

1. Desenvolver a atividade em folhas de papel **reciclado** A4, utilizando canetas (coloridas ou não) ou lápis;
2. Não responder na folha de questões e qualquer "parte ilegível" será considerada como errada;
3. A atividade deve ser, obrigatoriamente, escrita por todos os integrantes do grupo;
4. Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;
5. Todas as figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;
6. A atividade será válida apenas quando resolvida e acompanhada do relatório de execução e dos arquivos digitais de registro.

Questões:

1. Escreva a definição, para uma função qualquer $y = f(x)$, de taxa de variação média e taxa de variação instantânea. Exiba alguns exemplos e faça ilustração gráfica.

2. No caso de $f(x) = x$, o que acontece com a taxa de variação média $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ para diferentes valores da variável independente x? (Para responder, escolha alguns valores iniciais para a variável x e as respectivas variações Δx, tanto positivas como negativas. Em cada caso, calcule Δy e examine o quociente $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$). A que conclusão você chegou? É possível estabelecer um argumento geométrico que comprove a veracidade de sua conclusão?

3. No caso de $f(x) = 2x + 1$, o que acontece com a taxa de variação média $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ para diferentes valores da variável independente x? A que conclusão você chegou, em termos do sinal do coeficiente a? Exiba o esboço gráfico de f.

4. No caso de $f(x) = -3x + 2$, o que acontece com a taxa de variação média $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ para diferentes valores da variável independente x? A que conclusão você chegou, em termos do sinal do coeficiente a? Exiba o esboço gráfico de f.

5. Examine o caso da função polinomial de primeiro grau mais geral $y = f(x) = ax + b$. Encontre a taxa de variação média $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ a partir de um ponto x_0 qualquer. Dê uma interpretação para o resultado a que você chegou, levando em conta as três possibilidades para o coeficiente angular a, a saber: $a < 0$, $a > 0$ e $a = 0$.

6. Sabendo que um objeto movimenta-se ao longo de uma linha, de acordo com a equação $s(t) = 3t - 2$, faça uma análise deste movimento, no intervalo de tempo que vai de $3seg$ a $7seg$, determinando:

(a) Δt; (b) Δs;

(c) a velocidade média do objeto quando este se desloca do ponto em que está aos $3seg$ do início do movimento, ao ponto em que está aos $7seg$.

7. Suponha que a posição de uma partícula em movimento sobre uma reta r seja dada por $s(t) = t^2 - 2t$, em que $s(t)$ é medida em metros e t em segundos.

(a) Determine a velocidade média entres os instantes $t = 2$ e $t = 5$;

(b) Determine a velocidade em um instante $t = w$ qualquer;

(c) Determine a velocidade da partícula em t = 0 e t = 4;

(d) Em quais instantes a velocidade é nula?

8. No decorrer de uma experiência, derrama-se um líquido sobre uma superfície plana de vidro. Se o líquido vertido recobre uma região circular e o raio desta região aumenta uniformemente, qual será a taxa de crescimento da área ocupada pelo líquido, em relação à variação do raio, quando o raio for igual a $5cm$? Interprete o resultado obtido.

Atenção: taxa de crescimento da área é a sua taxa de variação; área do círculo, de raio r, é uma função que depende de r, $A(r) = \pi r^2$.

9. O volume $V = V(r)\dfrac{4}{3}\pi r^3$ de um balão esférico muda de acordo com o valor do raio.

(a) Qual a taxa de variação de volume em relação ao raio, quando $r = 2cm$?

(b) Aproximadamente, quanto o volume do balão aumenta quando o raio muda de $2cm$ para $2,2cm$?

10. Próximos à superfície da Terra, todos os corpos caem com a mesma aceleração constante. Os experimentos de Galileu sobre queda livre levaram à equação $s = \dfrac{1}{2}gt^2$, em que s é a distância e g é a aceleração da gravidade da Terra. Com t em segundos (unidade usual), o valor de g será $9,8m/s^2$. Supondo que uma pedra cai em queda livre partindo do repouso no instante $t = 0s$, determine:

(a) Quantos metros a bola cai nos primeiros 2 segundos?

(b) Qual a velocidade neste instante?

11. Dada uma função $f(x)$, escreva:

(a) A definição da derivada de f, num ponto x_0;

(b) A definição da derivada à direita de f, num ponto x_0;

(c) A definição da derivada à esquerda de f, num ponto x_0.

12. Usando a definição de derivada, verifique se as funções a seguir são deriváveis em x_0.

(a) $f(x) = 2x - 6$, $x_0 = 3$
(b) $f(x) = x^3 - 4$, $x_0 = 2$
(c) $f(x) = x^2 + x$, $x_0 = 5$
(d) $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 0$
(e) $f(x) = |x|$, $x_0 = 0$
(f) $f(x) = \cos(x)$, $x_0 = \pi/6$

13. Para cada função abaixo, determine as equações das retas tangente e normal no ponto $P(x_0, y_0)$, dado. Após, num mesmo sistema de coordenadas, exiba o esboço gráfico de f e das retas.

(a) $f(x) = x + 1$, $x_0 = 2$
(b) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, $x_0 = 1$
(c) $f(x) = x^2$, $x_0 = 2$
(d) $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 4$
(e) $f(x) = \text{sen}(x)$, $x_0 = \pi/4$
(f) $f(x) = \text{sen}(x)$, $x_0 = \pi/2$

14. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ e que seja perpendicular à reta $2y + x = 3$.

15. Determine as constantes a e b em que: (a) $f(x) = ax^2 + x + 1$, sendo $f'(1) = -9$ e (b) $f(x) = x^2 + ax + b$, sendo $f(1) = -4$ e $f'(2) = 5$.

Sugestão Bibliográfica:

1. LEITHOLD, Louis. *o Cálculo com Geometria Analítica*. Volume 01. Editora Harbra;
2. PISKOUNOV, N. *Cálculo Diferencial e Integral*. Volume 01. Editora Lopas da Silva;
3. STEWART, James. *Cálculo*. Volume 01. Editora Thomson;
4. THOMAS, George B. *Cálculo*. Volume 01. Editora Pearson;
5. FLEMMING, Diva. *Cálculo A*. Editora Pearson.

Texto composto em LaTeX 2$_\varepsilon$, APC, 26 de abril de 2011