ENSINANDO PARA APRENDER – EPA

UNIVERSIDADE: UNIFACS SEMESTRE: 2011.2

PROFESSOR: Adriano Cattai DISCIPLINA: Cálculo Intgeral

GRUPO: ____

____ TURMA: ________

ATIVIDADE 03: APLICAÇÕES DA INTEGRAL DEFINIDA

Conteúdo: Integral Definida; Área de regiões limitadas por funções; Volume de Sólido de Revolução; Comprimento de Arco e Integrais Impróprias.

Objetivos:
◇ Estabelecer e compreender a Integral Definida;
◇ Calcular área de regiões do plano limitada por funções;
◇ Calcular o volume de sólidos de revolução;
◇ Calcular o comprimento de arco do gráfico de uma função;
◇ Reconhecer e estudar a convergência de integrais impróprias.

Orientações para desenvolvimento:

1. Desenvolver esta atividade em folhas de papel **reciclado** de tamanho A4, utilizando canetas ou lápis;
2. Não responder na folha de questões e qualquer "parte ilegível" será considerada como errada;
3. A atividade deve ser, obrigatoriamente, escrita por todos os integrantes do grupo, identificando por folha;
4. Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;
5. Todas as figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;
6. Esta atividade deverá será entregue, na data programada, como anexo do relatório de execução[1] e dos arquivos digitais de registro[2].

Questões:

1. Estabeleça a Integral Definida a partir de uma Soma de Riemann.

2. Reconheça de determine a área da região do plano limitada simultaneamente pelas curvas:

(a) $y = \ln(x)$, $x = 2$ e o eixo x; $(\ln(4) - 1)$

(b) $xy = 4$ e $x + y = 5$; $(15/2 - 8\ln(2))$

(c) $y = 2^x$, $y = 2x - x^2$, $x = 0$ e $x = 2$; $(3/\ln(2) - 4/3)$

(d) $y = 2x$, $y = 1$ e $y = 2/x$; $(\ln(4) - 3/4)$

(e) $y = x^3 - 3x$, $y = 2x^2$; $(71/6)$

(f) $y = x^3$, $y = x^2 + 2x$; $(37/12)$

3. Determine o volume do sólido de revolução gerado pela rotação em torno do eixo x, da região R delimitada pelos gráficos das equações dadas abaixo:

(a) $y = \cos(x)$, $y = \text{sen}(x)$, $x = 0$ e $x = \pi/4$; $(\pi/2)$

(b) $y = x^2$, $y = x^3$; $(2\pi/35)$

(c) $y = x^2$, $y = x$. $(2\pi/15)$

4. Determine o volume do sólido de revolução gerado pela rotação em torno do eixo $y = 2$ da região limitada por $y = 1 - x^2$; $y = 2$; $x = -2$ e $x = 2$.

[1] Modelo disponível em www.cattai.mat.br/epa
[2] Um CD com as imagens

5. Determinar o comprimento das curvas dadas em coordenadas retangulares:

(a) $y = \ln(1 - x^2)$ de $x = 1/4$ a $x = 3/4$; $\ln(21/5) - 1/2$

(b) $y = 1 - \ln(\text{sen}(x))$ de $x = \pi/6$ a $x = \pi/4$; $\ln[(\sqrt{2} - 1)/(2 - \sqrt{3})]$

(c) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ de $x = 0$ a $x = 1$; $(e^2 - 1)/2e$

6. Calcule as seguintes integrais impróprias ou mostre que divergem.

(a) $\displaystyle\int_1^{+\infty} x^{-4}dx$;

(b) $\displaystyle\int_1^{+\infty} x^{-1/2}dx$;

(c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2x}{1+x^2}dx$;

(d) $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^3e^{-x^2}dx$;

(e) $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x}\cos(x)dx$;

(f) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \cos(x)dx$;

(g) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$;

(h) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^{-2/3}dx$;

(i) $\displaystyle\int_e^{10} \frac{1}{x\ln(x)\ln[\ln(x)]}dx$;

(j) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-1}}dx$;

(k) $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} x5^{-x^2}dx$.

(l) $\displaystyle\int_0^{3} \frac{1}{(x-1)^2}dx$.

(m) $\displaystyle\int_{1/2}^{2} \frac{1}{x[\ln(x)]^{1/5}}dx$;

(n) $\displaystyle\int_0^{2} \frac{1}{x[\ln(x)]^{1/5}}dx$;

(o) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|}dx$;

(p) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\ln^2(x)}{x}dx$;

(q) $\displaystyle\int_1^{2} \frac{1}{x\sqrt{x-1}}dx$.

(r) $\displaystyle\int_0^{2} \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}dx$.

Resp: As integrais (b), (c), (f), (i), (l), (n), (p) divergem. As demais convergem: (a) $1/3$; (d) $1/2$; (e) $1/2$; (g) 2; (h) 6; (j) π; (k) $-1/(2\ln(5))$; (m) 0; (o) 2; (q) $\pi/2$; (r) zpi.

7. Verifique se é possível encontrar um número real que represente a área da região entre os gráficos de:

(a) $xy = 1$, $y = 0$ e $x = 1$ à direita da reta $x = 1$; (Não é possível)

(b) $y\sqrt{x} = 1$, eixos x e y, e $x = 4$, à esquerda da reta $x = 4$; (4)

(c) $y = e^x$ e $y = 0$, situada à esquerda do eixo y. (1)

Sugestão Bibliográfica:

1. Apostilas disponíveis na página da nossa disciplina em www.cattai.mat.br/unifacs.

Texto composto em LaTeX 2_ε, APC, 5 de outubro de 2011