Ensinando para Aprender – EPA

Universidade: UNIFACS | Semestre: 2011.2

Professor: Adriano Cattai | Disciplina: Cálculo Intgeral

Grupo: ____

______________________________________ Turma: ________

Atividade 01: A Integral Indefinida e Integrais Imediatas

Conteúdo: Primitiva, Integral Indefinida e integrais imediatas.

Objetivos:
◇ Definir, adequadamente, primitiva de uma função;
◇ Compreender que o processo de integração é um processo inverso ao da derivação;
◇ Compreender e aplicar a regra da cadeia para a integração;
◇ Estabelecer uma tabela de integrais imediatas.

Orientações para desenvolvimento:

1. Desenvolver esta atividade em folhas de papel **reciclado** de tamanho A4, utilizando canetas ou lápis;
2. Não responder na folha de questões e qualquer "parte ilegível" será considerada como errada;
3. A atividade deve ser, obrigatoriamente, escrita por todos os integrantes do grupo, identificando por folha;
4. Não use somente símbolos matemáticos, explique os passos da solução em Português claro e sucinto;
5. Todas as figuras devem ser acompanhadas de textos explicativos;
6. Esta atividade deverá será entregue, na data programada, como anexo do relatório de execução[1] e dos arquivos digitais de registro[2].

Questões:

1. Escreva a definição de função primitiva, antiderivada e de integral indefinida.

2. Justifique, com o conceito de primitiva e o uso da derivada, a seguinte afirmação: *As primitivas de uma função são iguais a menos de uma constante.*

3. Ilustrando com gráficos, dê um significado (geométrico) para a constante de integração.

4. Justifique, com o conceito de primitiva, a tabela de integrais imediatas da página 06, da apostila 01.

5. Justifique as seguintes propriedades:

(a) $\int c \cdot f(x)dx = c\int f(x)dx$;

(b) $\int f(x) \pm g(x)dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$;

(c) $\dfrac{d}{dx}\left[\int f(x)dx\right] = f(x)$;

(d) $\int \left[\dfrac{d}{dx}[f(x)]\right]dx = f(x) + K$.

6. Com o conceito de primitiva, verifique as seguintes integrais:

(a) $\int \sqrt{x}\left[x + \dfrac{1}{x}\right]dx = \dfrac{2x^2\sqrt{x}}{5} + 2\sqrt{x} + K$;

(b) $\int \dfrac{x^2}{x^2+1}dx = x - \operatorname{arctg}(x) + K$;

(c) $\int \sec(x)dx = \ln|\sec(x) + \operatorname{tg}(x)| + K$;

(d) $\int \operatorname{tg}(x)dx = \ln|\sec(x)| + K$;

(e) $\int \operatorname{tg}(x)\sec^2(x)dx = \dfrac{\operatorname{tg}^2(x)}{2} + K$ (ou $\dfrac{\sec^2(x)}{2} + C$);

(f) $\int x\cos(x)dx = x\operatorname{sen}(x) + \cos(x) + K$;

(d) $\int \ln(x)dx = x\ln(x) - x + K$;

(d) $\int \dfrac{2x^2+2x+1}{x^2+1}dx = 2x + \ln(x^2+1) - \operatorname{arctg}(x) + K$.

---

[1] Está disponível um modelo para desenvolvimento em www.cattai.mat.br/epa

[2] Um CD ou DVD contendo as imagens de registro

7. Estima-se que daqui a t meses a população de certa cidade esteja aumentando à taxa de $4 + 5t^{2/3}$ habitantes por mês. Se a população atual é 10.000 habitantes, qual será a população daqui a 8 meses? R. 10.128

8. Um corpo está se movendo de tal forma que sua velocidade após t minutos é $v(t) = 1 + 4t + 3t^2\ m/min$. Que distância o corpo percorre no terceiro minuto? R. 30

9. Um estudo ambiental realizado em certa cidade revela que daqui a t anos o índice de monóxido de carbono no ar estará aumentando à razão de $0,1t + 0,1$ partes por milhão por ano. Se o índice atual de monóxido de carbono no ar é de $3,4$ partes por milhão, qual será o índice daqui a 3 anos? R. $4,15$

10. Enuncie o teorema da Regra da Cadeia para Antidiferenciação.

11. Seja F uma primitiva de f e $a \in \mathbb{R}^*$. Justifique a seguinte igualdade:

$$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + K.$$

12. Com auxílio da tabela de integrais imediatas e do exercício anterior, determine as seguintes integrais:

(a) $\displaystyle\int \cos(3x-1)dx;$ (c) $\displaystyle\int (3x-1)^9 dx;$ (e) $\displaystyle\int e^{3x-1}dx;$

(b) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(3x-1)dx;$ (d) $\displaystyle\int \frac{1}{3x-1}dx;$ (f) $\displaystyle\int \frac{1}{1+(3x-1)^2}dx.$

13. Com auxílio das identidades trigonométricas (formula do arco duplo)

$$2\operatorname{sen}^2(\theta) = 1 - \cos(2\theta) \quad e \quad 2\cos^2(\theta) = 1 + \cos(2\theta),$$

determine: (a) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^2(x)dx$ e (b) $\displaystyle\int \cos^2(x)dx.$

14. Calcule $\displaystyle\int \operatorname{tg}(x)\sec^2(x)dx$ por dois métodos: (a) substituição $u = \operatorname{tg}(x)$, (b) substituição $u = \sec(x)$ e, depois compare as respostas entre (a) e (b). Houve diferença de resultados?

15. Resolva o Exemplo 1.19 (★) da apostila 01, página 16.

Sugestão Bibliográfica:

1. Apostila 01, páginas 03 à 17, disponível na página da nossa disciplina em www.cattai.mat.br/unifacs.

Texto composto em LaTeX 2_ε, APC, 7 de agosto de 2011